Q.(基礎問題精講数学 2B P48 例題 29)
解説の補助をお願いします。

A.「精講」の点線で囲まれた部分を、二次方程式の場合に当てはめて考えてみましょう。
異なる 2 つの二次方程式$\mathrm{A}=0,\mathrm{B}=0$(簡単のためにどちらも$x^2$の係数は 1 とします)が**共通解$\boldsymbol{\alpha}$をもつ**とします。
$\mathrm{A}=0$のもう一つの解をβ、$\mathrm{B}=0$のもう一つの解をγとおくと、

$$\mathrm{A}=0 \Leftrightarrow (x-\beta)(x-\alpha)=0 \quad \text{—①}$$
$$\mathrm{B}=0 \Leftrightarrow (x-\gamma)(x-\alpha)=0 \quad \text{—②}$$

と書くことができます。このときの**$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\alpha})$という因数が、「精講」の説明に出てくる共通因数Gにあたります**。ここでA, Bをそれぞれ定数倍(a倍,b倍)して足し合わせます。
$a\times\mathrm{A}=0\,, b\times\mathrm{B}=0$なので、
$a\times\mathrm{A}+b\times\mathrm{B}=0$
①、②より
$a\times\mathrm{A}+b\times\mathrm{B}=0$
$\Leftrightarrow a(x-\beta)(x-\alpha)+b(x-\gamma)(x-\alpha)=0$
共通な因数$(x-\alpha)$でまとめて
$\{a(x-\beta)+b(x-\gamma)\}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\alpha})=0 \quad$—(※)
このように①②を定数倍して足し合わせても$(x-\alpha)$という因数は残ります。

本問は初めから因数分解できる状態ではありません。しかし上に示した通り、2 つの方程式を定数倍して足し合わせても、共通因数$(x-\alpha)$は消えません。このことを利用して**(※)の形に因数分解しやすくし、共通解αが求めやすくなるという方針です。**

本問の解答では$a=-1, b=1$としています。すると(※)式は
$\{-1(x-\beta)+(x-\gamma)\}(x-\alpha)=0$
$\Leftrightarrow (\beta-\gamma)(x-\alpha)=0$
となります。$(\beta-\gamma)$は定数なので、(※)は一次方程式となります。すると**因数分解が容易にでき、共通因数$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\alpha})$を見つけやすくなります。**
共通解をもつ二次方程式を解くとき、**$\boldsymbol{x}^2$の項か定数項のどちらかが消えるように連立させる**ことが鉄則です。
例えば$ax^2+bx+c=0$という二次方程式があって、
x^2の項(ax^2)が消えれば$bx+c=0$に、
定数項(c)が消えれば$ax^2+bx=0 \quad \Leftrightarrow (ax+b)x=0$に変形でき、いずれの場合でも解を求めやすくなります。