

Q.(合格確率 p 75、類題 24(2))

さいころに区別をつけて 6^5 、それを $5!$ で割ればいいと思ったのですが間違えました。どこがいけなかったのでしょうか？

A. すべてに違う目が出る場合、区別をつけてから $5!$ で割るというやり方でも構いません。

ただし、この問題では異なるサイコロで同じ目が出る場合も考えられるため、 $5!$ で割っても区別のつかないサイコロで考えたのと同じにはなりません。

たとえばサイコロの目が(1,2,3,4,5)になるような目の出方は、区別のつくサイコロでは $5!$ 通り、区別のつかないサイコロでは5つの数字の並べ方 $5!$ で割って 1 通りになります。

次に(1,1,1,1,1)になるような目の出方を考えた場合

区別のつくサイコロでも区別のつかないサイコロでも 1 通りになります。

同じように、(1,1,2,3,4)など、**複数のサイコロで同じ目が出る場合** (すべてのサイコロの目が異なる場合)、5つの数字の並べ方は重複順列になるためいつも $5!$ になるわけではありません。

ご指摘のような解法で解くには、

A:すべての目の出方が異なる場合・・・サイコロを区別して目の出方を求めて $5!$ で割る

B:複数のサイコロで目がかぶる場合・・・サイコロを区別して目の出方を求めて、それぞれの重複順列で割る

とすれば、できないことはありませんが、

Bには(a,a,b,c,d),(a,a,a,b,c)(a,a,a,a,b)(a,a,b,b,c)...などかなりたくさんのパターンが含まれておりそれぞれに場合分けして目の出方を考え、さらに各々の重複順列を求めるのはかなり面倒です。また、複雑すぎてミスもしやすくなります。

解答の方法はシンプルでとても分かりやすいので、ぜひこのやり方で解いてみてください。

この問題のように○と|の並べかえで解くと簡単になる問題はたくさんあるのですが、どんな時にこの方法が使えるかの判断が難しいと思います。

ヒントとして、「区別できるもの」を「区別できないもの」で分ける、あるいは逆に「区別できないもの」を「区別できるもの」で分ける、といった組み合わせの問題に適用できると頭におくと良いかもしれません。

具体的に言うと、

類題24では

(1)「区別できるもの」：4人の人、「区別できないもの」：同じ商品10個

(2)「区別できるもの」：サイコロの目の出方、「区別できないもの」：区別のつかないサイコロ

になります。

確率や組み合わせの問題は解き方のパターンがたくさんあって式を立てるまでが難しいのですが、頭の中でどういう問題はどの解法を使うかというのを、ある程度見分けてまとめられるようになると、正確性もスピードもアップすると思います。