

Q.(標準問題精講Ⅲ 例題 4)

解説の補助をお願いします。

A.

[回答者の頭のなか]

この問題をまず見たときに、 $x=4$ だと 0 で x が大きすぎると無限に飛ぶかなという予想が思い浮かぶと思う。そこまで、詳しい予想でなくても良いが x の値によって極限に飛ばした値は変わってくるということに気づく。

よって x の場合分けが必要だということに気づく。次にどう場合分けすればいいかを考えるが、二つ公比があるので、 $x-4$ と $x-1$ でどちらが大きいかによって場合分けが必要だと考える。これを考えるポイントは公比が 1 を超えるかどうかである。公比が 1 を超えると無限まで行くし、公比が 1 以下なら 0 である。

この知識は必須なので必ず覚えていただきたい。このため公比の $\left|\frac{x-4}{x-1}\right|$ が 1 を超えているかどうかで考える。式を p14 のようにまとめるのが大切である。もし $\left|\frac{x-4}{x-1}\right|$ という公比ではなく $x-4$ と $x-1$ 別々で考えても $x-4$ と $x-1$ の大小が影響すると気づけば、答えに影響はない。また、 $x=1, x=4$ について変化しそうなときは実際に試してみると良い。

[解説]

まず $x=1, x=4$ を代入してやってみる。すると $f(1)$ では $-\infty$ $f(4)$ では 0 となる。続いて大小関係で場合分けしてみる。場合分けのポイントは

$\left|\frac{x-4}{x-1}\right|$ が 1 より小さいか大きいかを考え、 $\frac{5}{2}$ である。 $x < \frac{5}{2}$ のとき $\left|\frac{x-4}{x-1}\right| < 1, x = \frac{5}{2}$ に於

いては $\left|\frac{x-4}{x-1}\right| = 1, x > \frac{5}{2}$ では $\left|\frac{x-4}{x-1}\right| > 1$ であるからそれぞれを場合分けすればすぐに終

わる。また、ここで $x=1, x=4$ についても $x < \frac{5}{2}$ のとき $\left|\frac{x-4}{x-1}\right| < 1, x = \frac{5}{2}$ に於いては

$\left|\frac{x-4}{x-1}\right| = 1, x > \frac{5}{2}$ では $\left|\frac{x-4}{x-1}\right| > 1$ の場合分けの答えに合致していることに気づく。