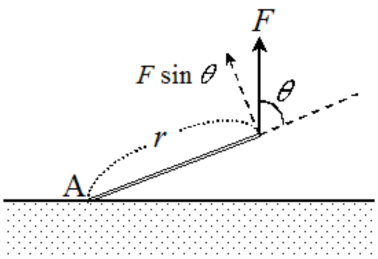
I

原則１．力のモーメント　　　　→　問１に利用

力のモーメントは、物体を回転させる力の能率を表す量である。例えば、下図に示すような点Ａのまわりの力のモーメント N [Nm] は、次式で表される。ただし、F [N] は力、r [m] は点Ａから力の作用点までの距離、θ [rad] は点Ａから力の作用点までの向きと力の向きのなす角である。

$$N = Fr\sin\theta$$



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

原則２．力学的エネルギー保存の法則　　　　→　問２に利用

質量 m の物体が速さ v で高さ h の所を運動しているとき、空気抵抗などの影響が無視できるなら、速さ v や高さ h が変化しても、運動エネルギー（ $\frac{1}{2}mv^2$ ）と位置エネルギー（ mgh ）の和である力学的エネルギー（ $\frac{1}{2}mv^2 + mgh$ ）は変化しない（ここで、g は重力加速度（$g = 9.8$ [m/s^2] ）である）。これを力学的エネルギー保存の法則と言う。

例えば、鉛直方向に運動する質量 m の物体において、高さ h_1 のときの速さを v_1、高さ h_2 のときの速さを v_2 とすると、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + mgh_2 \quad \cdots\cdots①$$

ただし、人工衛星のように地表から極めて高いところを運動する質量 m の物体の位置エネルギーは、$-G\frac{Mm}{r}$（G：万有引力定数（ $G = 6.67 \times 10^{-11}$ [N・m^2/kg^2] ）、M：地球の質量、r：地球の中心からの距離）と表す必要があり、式①の代わりに次式を用いる。

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 - G\frac{Mm}{r_1} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - G\frac{Mm}{r_2} \quad \cdots\cdots②$$

また、ばねを含む系においては、①式にばねの弾性エネルギー $\frac{1}{2}k{x_1}^2$ 、$\frac{1}{2}k{x_2}^2$（ただし、k：ばね定数、x_1・x_2：ばねの自然長からの変位）を含めた次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}k{x_1}^2 = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}k{x_2}^2 \quad \cdots\cdots③$$

原則３．運動量保存の法則　　　　→　問２に利用

質量と速さの積である運動量は保存される。例えば、質量 m_1 、速さ v_1 の物体Ａと質量 m_2 、速さ v_2 の物体Ｂが衝突した後、物体Ａの速さが ${v_1}'$ 、物体Ｂの速さが ${v_2}'$ となったとき、次式が成り立つ。

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1{}' + m_2 v_2{}'$$

原則４．ファラデーの電磁誘導の法則　　　→　問３に利用

N 回巻きのコイルに生じる誘導起電力（電圧）は、次式のように、このコイルを貫く磁束 Φ の時間変化の N 倍に相当する大きさを持ち、磁束の変化を妨げる向きに働く。次式で表される法則をファラデーの電磁誘導の法則と言い、磁束の変化を妨げる向きに誘導起電力が生じることをレンツの法則と言う。なお、このレンツの法則により、コイルを流れる電流が急激に変化することはない。

$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \cdots\cdots①$$

また、コイルの自己インダクタンス L [H] とコイルを流れる電流 I の時間変化 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ を用いれば、①式は

$$V = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

と表すことができる。

原則５．オームの法則と電力などの公式　　　→　問３に利用

抵抗値 R [Ω] の抵抗にかかる電圧が V [V] で、この抵抗に流れる電流が I [A] であるとき、次式で表されるオームの法則が成り立つ。

$$V = RI$$

また、このとき、この抵抗で消費する電力 P [W] と、この抵抗で t [s] の間に発生するジュール熱 Q [J] は、以下の各式で表される。

$$P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$Q = Pt = RI^2 t = \frac{V^2 t}{R}$$

原則６．熱力学第１法則　　　→　問４に利用

気体に与えた熱量 Q は、気体の内部エネルギーの増加量 ΔU と、気体が外部にした仕事 W の和に等しい。すなわち、次式が成り立つ。

$$Q = \Delta U + W \quad \cdots\cdots①$$

なお、単原子分子気体の内部エネルギー U は次式で表される。ここで、n は物質量、R は気体定数、T は温度である。

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

また、気体が外部にした仕事 W は次式で表される。ここで、p は圧力、ΔV は体積の増加

量である。

$$W = p\Delta V$$

原則７．気体の状態方程式　　　　→　問４に利用

一般に、体積 V [m^3] 、圧力 P [Pa] 、温度 T [K] 、物質量 n [mol] の気体においては、次式で表される気体の状態方程式が成り立つ。

$$PV = nRT \quad \cdots\cdots ①$$

なお、R は気体定数と呼ばれるもので、$R \fallingdotseq 8.31$ [J/(mol・K)] である。

また、気体の状態方程式より、標準状態（0 ℃ 、1.01×10^5 Pa）での気体 1 mol の占める体積は、気体の種類によらず 22.4 L となる。

原則８．波の基本式など　　　　→　問５に利用

波の速さ V 、振動数 f （周期 T ）、波長 λ の間には、次の関係式が成り立つ。

$$V = f\lambda \left(V = \frac{\lambda}{T} \right)$$

また、x 軸の正の方向に進む振幅 A 、周期 T 、波長 λ 、初期位相 φ の正弦波は、次式で表される。ただし、y は変位、t は時間とする。

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \varphi\right)$$

問１

【方針】

いずれの設問も力のモーメントを考えれば解けることに気づく。したがって、「原則１．力のモーメント」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

1：⑦　　2：⑤

【解説】

（1）

面積の比で考えると、物体 A の重さ、くりぬかれた円板の重さは、それぞれ $\frac{3}{4}W$ [N] 、$\frac{1}{4}W$ [N] となる。物体 A にくりぬかれた円板をはめると、重さが W [N] の円板となって、その重心は点 O となる。すなわち、点 G（＝物体 A の重心）に $\frac{3}{4}W$ [N] 、点 P に $\frac{1}{4}W$ [N] が与えられたとき、点 O のまわりの力のモーメントがつり合うから、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{4}W \times \frac{1}{2}r = \frac{3}{4}W \times \mathrm{OG} \qquad \therefore \mathrm{OG} = \frac{1}{6}r \ [\mathrm{m}]$$

（2）

物体 A が水平面より受ける摩擦力を F [N] とおく（ただし、右向きを正とする）と、点 O

のまわりの力のモーメントについてのつり合いの式は、次式のようになる。

$$F \times r = \frac{3}{4}W \times \frac{1}{6}r \qquad \therefore F = \frac{1}{8}W\ [\mathrm{N}]$$

問２

【方針】

「ともになめらかな水平面と斜面がなめらかにつながっている」と言う文言より、水平面や斜面の上の小物体の運動において力学的エネルギーが保存されることに気づく。この点を踏まえて、「原則２．力学的エネルギー保存の法則」や「原則３．運動量保存の法則」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

3：⑦　　4：⑦

【解説】

（3）

小物体Ａの質量を m [kg] とする。Ａの衝突直前の速さを v_0 [m/s] として、力学的エネルギー保存の法則を用いると、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = mgh \qquad \therefore\ v_0 = \sqrt{2gh}\ [\mathrm{m/s}] \quad \cdots\cdots①$$

小物体ＡとＢの衝突直後の速さを、それぞれ v_{A} [m/s] と v_{B} [m/s] とすると、運動量保存の法則より、次式が成り立つ。

$$mv_0 = -mv_{\mathrm{A}} + 4mv_{\mathrm{B}} \qquad \therefore\ v_0 = -v_{\mathrm{A}} + 4v_{\mathrm{B}} \quad \cdots\cdots②$$

また、衝突は弾性衝突であるから、次式が成り立つ。

$$1 = -\frac{-v_{\mathrm{A}} - v_{\mathrm{B}}}{v_0 - 0} \qquad \therefore\ v_0 = v_{\mathrm{A}} + v_{\mathrm{B}} \quad \cdots\cdots③$$

②と③の連立方程式を解いて、①式を代入すると、

$$v_{\mathrm{A}} = \frac{3}{5}v_0 = \frac{3}{5}\sqrt{2gh}\ [\mathrm{m/s}] \quad , \quad v_{\mathrm{B}} = \frac{2}{5}v_0 = \frac{2}{5}\sqrt{2gh}\ [\mathrm{m/s}]$$

となる。

（4）

水平面からの点Ｑの高さを h' [m] とおくと、力学的エネルギー保存の法則より、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}m{v_{\mathrm{A}}}^2 = mgh' \qquad \therefore h' = \frac{{v_{\mathrm{A}}}^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{3}{5}\sqrt{2gh}\right)^2 = \frac{9}{25}h\ [\mathrm{m}]$$

問３

【方針】

「長さ L [m]，巻き数が長さ１m当たり N [回/m] のコイル」と言う文言より、コイルの巻き数は LN [回] であると気づく。この点を踏まえて、「原則４．ファラデーの電磁誘導の法則」や「原則５．オームの法則と電力などの公式」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

5 : ⑤　　6 : ②　　7 : ⑤

【解説】

（5）

ファラデーの電磁誘導の法則より、誘導起電力の大きさ V [V] は、次式のようになる。

$$V = LN \cdot \frac{\Delta B \cdot S}{1} = \Delta B \cdot LNS \text{ [V]}$$

（6）

レンツの法則より、誘導起電力は上向きの磁場が生じるように働くから、電流の向きは b となる。

（7）

抵抗 R に流れる電流 I [A] は、オームの法則より、

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\Delta B \cdot LNS}{R} \text{ [A]}$$

となる。

問４

【方針】

「なめらかに動く断面積 $S\,[\mathrm{m^2}]$ のピストン」と言う文言より、封入されている気体の圧力は常に外気圧とつり合っていることに気づく。この点を踏まえて、「原則６．熱力学第１法則」や「原則７．気体の状態方程式」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

8 : ⑥　　9 : ④　　10 : ⑦　　11 : ④　　12 : ⑨　　13 : ④

【解説】

（8・9）

ピストンの力のつり合いにより、気体は定圧変化をするから、外部に気体がした仕事 W [J] は、次式のようになる。

$$W = PSx = 1 \times PSx \text{ [J]}$$

（10・11）

気体定数を $R\,[\mathrm{J/(mol \cdot K)}]$ 、物質量を n [mol] 、温度の変化を ΔT [K] とすると、気体の内部エネルギーの変化 ΔU [J] は、

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

となる。ここで、理想気体の状態方程式より、$PSx = nR\Delta T$ が成り立つから、

$$\Delta U = \frac{3}{2} \times PSx \text{ [J]}$$

となる。

（12・13）

熱力学第１法則より、気体に加えた熱量 Q [J] は、

$$Q = \Delta U + W = \frac{5}{2} \times PSx \text{ [J]}$$

となる。

問５

【方針】

図５より正弦波の初期位相は０であることに気づく。この点を踏まえて、「原則８．波の基本式など」の知識を利用して解く。

【解答】

14：④

【解説】

（14）

正弦波の一般的な式は、

$$y = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \varphi\right) \text{ ……①}$$

であるが、図５より、初期位相 φ は０である。よって、$t = 0$ での x 軸における正弦波は、①式に $t = 0$、$\varphi = 0$ を代入して、

$$y = A\sin 2\pi\left(-\frac{x}{\lambda}\right) = -A\sin 2\pi\frac{x}{\lambda} \text{ ……②}$$

となる。つぎに、$t = \frac{T}{2}$ での x 軸における正弦波は、$t = 0$ の正弦波の逆位相となるから、②式を反転させて、

$$y = A\sin 2\pi\frac{x}{\lambda} \text{ ……③}$$

となる。よって、求める変位は、③式に $x = \frac{7}{8}\lambda$ を代入して、

$$y = A\sin 2\pi\frac{1}{\lambda}\cdot\frac{7\lambda}{8} = A\sin\frac{7}{4}\pi = -\frac{\sqrt{2}}{2}A \text{ [m]}$$

となる。

Ⅱ

原則２．力学的エネルギー保存の法則　（前述）　　　　→　問２に利用
原則３．運動量保存の法則　（前述）　　　　→　問３に利用

原則９．運動の方程式と重力　　　　→　問２・問５・問６に利用

一般に、質量 m の物体に力 F が加わるとき、次式のように、物体は加速度 a の等加速度運動をする。

$$ma = F$$

なお、質量 m の物体が速さ v （角振動数 ω ）、半径 r の円運動をするとき、その運動方程式は次式で表される。

$$m\frac{v^2}{r} = F \quad (\ mr\omega^2 = F \ )$$

なお、円運動の周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

となる。

また、一般に質量 m の物体には鉛直下向きに大きさ mg（ g は重力加速度）の重力がはたらく。よって、例えば、鉛直下向きに重力以外の力 F が加わっている物体の運動方程式は、次式のようになる。

$$ma = mg + F$$

問１・問２

【方針】

図６より、小物体Ａの点Ｐにおける位置エネルギーと点Ｑにおける運動エネルギーが等しくなることに気づく。この点を１つの手掛かりとして、「原則２．力学的エネルギー保存の法則」や「原則９．運動の方程式と重力」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

15：⑨　　16：⑰　　17：⑭

【解説】

（問１（15））

高さの基準点を点Ｑとするから、重力による位置エネルギーは、

$$mgL(1-\cos\theta)\ [\mathrm{J}]$$

となる。

（問２（16・17））

力学的エネルギー保存の法則により、点 Q における A の速さ v_{Q} [m/s] は、次式のようになる。

$$mgL(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}m{v_{\mathrm{Q}}}^2 \qquad \therefore\ v_{\mathrm{Q}}=\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}\ [\mathrm{m/s}]\ \cdots\cdots①$$

糸の張力を T_{Q} [N] とおくと、円運動の運動方程式は、

$$m\frac{{v_{\mathrm{Q}}}^2}{L}=T_{\mathrm{Q}}-mg$$

となる。これを T_{Q} について整理し、①式を代入すると、

$$T_{\mathrm{Q}}=mg+\frac{m{v_{\mathrm{Q}}}^2}{L}=mg(3-2\cos\theta)\ [\mathrm{N}]$$

となる。

問３～問６

【方針】

小物体 A と B の衝突の前後で運動量が保存されることに気づく。この点を 1 つの手掛かりとして、「原則３．運動量保存の法則」や「原則９．運動の方程式と重力」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解答】

18 : ⑤　　19 : ③　　20 : ⑪　　21 : ⑫　　22 : ⑮

【解説】

（問３（18・19））

A の衝突直前の速さは 0 m/s である。A と B の衝突直後の速度をそれぞれ v_{A} [m/s] と v_{B} [m/s] とし、衝突直前の B の運動の向きを正とすると、運動量保存の法則より、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}mv=mv_{\mathrm{A}}+\frac{1}{2}mv_{\mathrm{B}} \qquad \therefore v=2v_{\mathrm{A}}+v_{\mathrm{B}}\ \cdots\cdots②$$

また、弾性衝突であるから、次式が成り立つ。

$$1=-\frac{v_{\mathrm{A}}-v_{\mathrm{B}}}{0-v} \qquad \therefore\ v=v_{\mathrm{A}}-v_{\mathrm{B}}\ \cdots\cdots③$$

②と③の連立方程式を解くと、A と B の速度は、

$$v_{\mathrm{A}}=\frac{2}{3}v\ [\mathrm{m/s}]$$

$$v_{\mathrm{B}}=-\frac{1}{3}v\ [\mathrm{m/s}]$$

となる。なお、B の速さは、

$$|v_{\mathrm{B}}|=\frac{1}{3}v\ [\mathrm{m/s}]$$

となる。

（問４（20））

糸の張力を S [N] とおくと、鉛直方向の力のつり合いの式は、

$$S\cos\theta=mg$$

となるから、これを解いて、

$$S = \frac{mg}{\cos\theta}\ [\mathrm{N}]$$

と求まる。

（問５（21)）

水平方向についての円運動の運動方程式は、回転半径 r が $L\sin\theta$ であるから、次式のようになる。

$$m\frac{{v_\mathrm{A}}^2}{L\sin\theta} = S\sin\theta$$

この式に $v_\mathrm{A} = \frac{2}{3}v$ 、$S = \frac{mg}{\cos\theta}$ を代入すると、次式のようになる。

$$m\frac{1}{L\sin\theta}\cdot\frac{4}{9}v^2 = \frac{mg}{\cos\theta}\cdot\sin\theta \qquad \therefore v = \frac{3}{2}\sqrt{gL\sin\theta\tan\theta}\ [\mathrm{m/s}]$$

（問６（22)）

周期 T [s] は、円運動の周期の公式より、

$$T = \frac{2\pi L\sin\theta}{v_\mathrm{A}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}\ [\mathrm{s}]$$

と求まる。

Ⅲ

原則４．ファラデーの電磁誘導の法則　（前述）　　　→　問１・問４に利用
原則５．オームの法則と電力などの公式　（前述）　　　→　問１～問３に利用

原則１０．電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力　　　→　問１・問４に利用
直線導線に電流 I [A] が流れているとき、この直線導線から距離 r [m] の位置に磁場が生じ、この磁場の強さ H [A/m] は次式で表される。

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ [A/m]}$$

また、磁束密度 B [T] の磁場中にある導線に電流 I [A] が流れているとき、この導線の長さ l [m] の部分が磁場から受ける力の大きさ F [N] は次式で表される。

$$F = BIl \text{ [N]}$$

原則１１．等加速度運動の公式　　　→　問４・問５に利用
物体の初速度と加速度が、それぞれ v_0 [m/s] 、a [m/s^2] であるとき、時間 t [s] における速度 v [m/s]、変位 s [m] に関して、以下の各式が成り立つ。

$$v = v_0 + at$$
$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$v^2 - {v_0}^2 = 2as$$

問１～問３

【方針】
図 8 より、辺 AB が磁場を通過する間、コイルを貫く磁束が増え続けることに気づく。この点を最初の手掛かりとして、「原則４．ファラデーの電磁誘導の法則」や「原則５．オームの法則と電力などの公式」、「原則１０．電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】
23：①　24：①　25：⑨　26：②　27：①　28：③

【解説】
（問１（23～25））
辺 AB に発生する誘導起電力 V_0 [V] は、レンツの法則より A→B の向きとなるから、コイルに流れる電流 I_0 [A] の流れる向きは、A→B→C→D→A となる。
また、誘導起電力 V_0 [V] の大きさは aBv_0 となるから、オームの法則より、次式が成り立つ。

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{aBv_0}{R} \text{ [A]} \quad \cdots\cdots①$$

また、磁場からコイルが受ける力 F_0 [N] は、コイルの辺 AB を流れる電流 I_0 [A] に働く力であるから、

$$F_0 = BI_0 a = \frac{a^2B^2v_0}{R} \text{ [N]}$$

となる。

（問２（26・27））

速さが一定であるから、斜面方向での力のつり合いの式を考えると、F_0 と重力の斜面方向の成分がつり合っているので、次式が成り立つ。

$$F_0 = mg\sin\theta \qquad \therefore\ \frac{a^2B^2v_0}{R} = mg\sin 30°$$

よって、v_0 について整理すると、

$$v_0 = \frac{mgR}{2a^2B^2} \text{ [m/s]} \ \cdots\cdots②$$

となる。

①と②より、消費電力 P [W] は、

$$P = R{I_0}^2 = \frac{a^2B^2{v_0}^2}{R} = \frac{R}{4}\left(\frac{mg}{aB}\right)^2 \text{ [W]}$$

と求まる。

（問３（28））

台車は等速度運動をするから、磁場を辺 AB が通過する時間 t [s] は

$$t = \frac{a}{v_0} = \frac{2a^3B^2}{mgR} \text{ [s]}$$

となり、ジュール熱 Q [J] は

$$Q = Pt = \frac{R}{4}\left(\frac{mg}{aB}\right)^2\frac{2a^3B^2}{mgR} = \frac{mga}{2} \text{ [J]}$$

と求まる。

問４・問５

【方針】

図 8 より、磁場より辺 AB が出てから磁場に辺 CD が入るまでの間に台車が動く距離（変位）は $2a - a = a$ となることに気づく。この点を踏まえて、「原則１１．等加速度運動の公式」や「原則４．ファラデーの電磁誘導の法則」、「原則１０．電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

29：⑫　　30：③

【解説】

（問４（29））

磁場より辺 AB が出てから磁場に辺 CD が入るまでの間の加速度の大きさ α [m/s^2] が $g\sin 30°$ となり、その変位が a となる。また、初速度は v_0 となるから、磁場に辺 CD が入った直後におけるコイルの速さ v [m/s] は、次式のようになる。

$$v^2 - {v_0}^2 = 2(g\sin 30°)a \qquad \therefore v = \sqrt{{v_0}^2 + ga}$$

よって、磁場からコイルが受ける力 F [N] は、問 1 と同様にして

$$F = \frac{a^2B^2v}{R} = \frac{a^2B^2}{R}\sqrt{{v_0}^2 + ga} = \sqrt{\left(\frac{mg}{2}\right)^2 + ag\left(\frac{a^2B^2}{R}\right)^2} \text{ [N]}$$

となる。

（問 5 （30)）

辺 AB が磁場の内部にあるときは等速度運動をし、磁場から辺 AB が出て磁場に辺 CD が入るまでは加速度 $\alpha = g\sin 30°$ の等加速度運動をする。磁場に辺 CD が入るときの速さは磁場内に辺 AB があるときよりも速いから、誘導起電力やコイルを流れる電流、磁場からコイルが受ける力はいずれも大きくなって、加速度は負になって減速する。その減速によって磁場からコイルが受ける力が小さくなるから、負の加速度は減少して速度がある値に近づいてゆく。したがって、該当するグラフは (c) である。