

## 杏林 2015 物理

### 配点

- I. (1) 各 2 点 (2) 各 3 点 ( $2 \times 5 + 3 \times 8$ )
- II. 各 3 点 (アイウを 1 問として数える. 他も同様  $3 \times 7$ )
- III. (1) 各 2 点 (2) 各 3 点 ( $2 \times 4 + 3 \times 3$ )
- IV. (1) (a) 各 2 点 (b) 各 3 点 (2) 各 3 点 ( $2 \times 2 + 3 \times 8$ )

## ①力学

### ○原則

#### 1、力のモーメント・・・(1)に利用

物体に力 $F$ [N]がはたらいているとき、点 $O$ のまわりの力のモーメント $M$ [N・m]の大きさは、点 $O$ とはたらく力の作用線との距離(うでの長さ)を $l$ [m]とすると、 $M = Fl$  で与えられる。また、力のモーメントの符号は反時計回りの回転を生じさせるとき正、時計回りの回転を生じさせるとき負となる。

#### 2、向心力と遠心力・・・(2)に利用

質量 $m$ [kg]の物体が、半径 $r$ [m]、角速度 $\omega$ [rad/s]で等速円運動するとき、物体には回転の中心に向かって大きさ $mr\omega^2$ [N]の力がはたらく。この力を向心力とよぶ。また、これを物体とともに運動する観測者が観測すると、物体には回転の中心から遠ざかる向きに、大きさ $mr\omega^2$ [N]の力がはたらいているように見える。この見かけの力を遠心力とよぶ。

#### 3、最大摩擦力・・・(2)に利用

床に置かれた物体に垂直抗力 $N$ [N]がはたらくとき、静止摩擦係数を $\mu_0$ とすると、物体が床と平行に動き出す瞬間の摩擦力(静止摩擦力)の大きさは $\mu_0 N$ [N]で与えられる。

### ○解答

(1)

(ア)

#### 【方針】

観覧車は静止しており、はたらく力はつりあっているので、可動部を支える垂直抗力は、載せられたおもりの重力分だけ増加する。

#### 【解説】

載せられたおもりにかかる重力は、

$$mg + Mg + Mg = mg + 2Mg$$

であるから、観覧車の可動部を支える垂直抗力の大きさは  $mg + 2Mg$  だけ増加する。

よって正解は⑤ ……(ア) である。

(イウエ)

#### 【方針】

力のモーメントの大きさは原則1を使って計算すれば良い。

#### 【解説】

カゴは等間隔に備えつけられているので、カゴと点 $O$ を結ぶ線分の傾きは、位置が“1時”

変化するごとに $30^\circ$ 変化する。よって、力のモーメントはそれぞれ

$$A: mgr \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} mgr \quad (\text{正解}) \text{ ③} \dots\dots(\text{イ})$$

$$B: Mgr \cos 60^\circ = \frac{1}{2} Mgr \quad (\text{正解}) \text{ ⑥} \dots\dots(\text{ウ})$$

$$C: Mgr \cos 0^\circ = Mgr \quad (\text{正解}) \text{ ⑤} \dots\dots(\text{エ})$$

となる。

(オ)

【方針】

観覧車は回転していないので、観覧車にはたらく力のモーメントはつりあっている。

【解説】

観覧車にはたらく点Oのまわりの力のモーメントのつりあいより、

$$\frac{\sqrt{3}}{2} mgr + \frac{1}{2} Mgr = Mgr$$

$$\therefore M = \sqrt{3}m$$

よって正解は⑥ ……(オ) である。

(2)

(カキ)

【方針】

観測者Pは観覧車外で静止しているので、おもりAが等速円運動することを観測する。よって原則2より、おもりAには中心Oに向かって向心力がはたらいていることがわかり、加速度を求めることができる。

【解説】

おもりAは等速円運動するので、求める加速度の大きさは $r\omega^2$ 、向きは $A \rightarrow O$ である。よって正解は、③ ……(カ)、⑥ ……(キ) である。

(クケ)

【方針】

観測者QはおもりAとともに運動しているので、おもりAに遠心力がはたらくことを観測する。よって、原則2から遠心力の大きさと向きを求めれば良い。

【解説】

求める遠心力の大きさは $mr\omega^2$ 、向きは $O \rightarrow A$ である。よって正解は、③ ……(ク)、⑤ ……(ケ) である。

(コ)

【方針】

おもりAは観測者Qから見ると静止しているので、はたらく力はつり合っている。遠心力の大きさは変化せず、向きはカゴの位置によって変化することから、垂直抗力の大きさが最大・最小となる時のカゴの位置がわかる。

【解説】

求める垂直抗力の大きさが最大となるのは、遠心力が下向きにはたらくときであり、カゴが6時の位置にあるときである。また、最小となるのは遠心力が上向きにはたらくときであり、カゴが12時の位置にあるときである。

よって正解は、③⑧ ……(コ) である。

(サ)

【方針】

(コ)と同様に、おもりAにはたらく力のつりあいから考える。水平方向にはたらく力は、摩擦力と遠心力のみであるから、遠心力の水平成分が最大・最小となる時のカゴの位置を考えれば良い。原則3を使って摩擦力の大きさを考えようとするのは誤りである。原則3で与えられるのは物体が滑り始める直前の最大摩擦力だけであり、滑り始める様子がないときには力のつりあいから摩擦力を考える必要がある。

【解説】

求める摩擦力の大きさが最大となるのは、遠心力が右・左向きにはたらくときであり、カゴが3時・9時の位置にあるときである。また、最小となるのは遠心力が上・下向きにはたらくときであり、カゴが6時・12時の位置にあるときである。

よって正解は、①④⑤⑧ ……(サ) である。

(シ)

【方針】

おもりが床から浮き上がらないためには、垂直抗力が0以上であれば良い。(コ)より、垂直抗力が最小になるのはカゴが12時の位置にあるときであるから、このときの垂直抗力が0以上になるための条件を求めれば良い。

【解説】

おもりが床から受ける垂直抗力が最小となるのは、カゴが12時の位置にあるときである。このときの垂直抗力を $N_1$ とおくと、おもりにはたらく力のつりあいより

$$N_1 = mg - mr\omega^2$$

おもりは床から浮き上がらないので、垂直抗力 $N_1$ は0以上である。よって

$$mg - mr\omega^2 \geq 0$$

$$\omega^2 \leq \frac{g}{r}$$

$$\therefore \omega \leq \sqrt{\frac{g}{r}}$$

よって正解は、⑥ ……(シ) である。

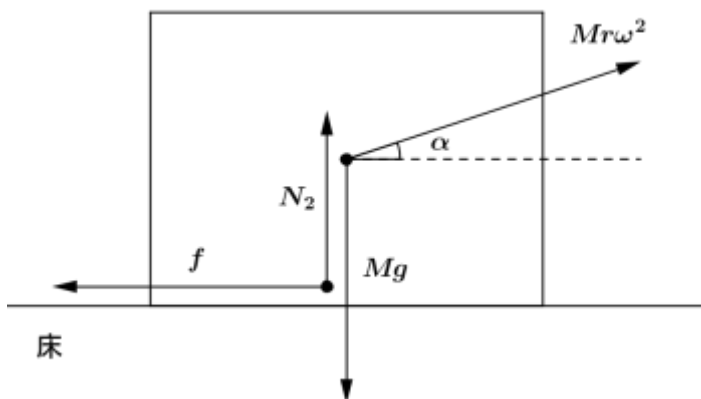
(ス)

【方針】

カゴは反時計回りに1秒あたり  $\omega$ [rad] ずつ回転している。よって、 $\frac{\alpha}{\omega}$ [s] 時間が経過すると、カゴは  $\frac{\alpha}{\omega} \times \omega = \alpha$ [rad] 回転する。このときのおもりBにはたらく力を整理し、力のつりあいの式をたてれば良い。またこの瞬間、おもりは床を滑り始める直前であるから、原則3を使って摩擦力を計算すれば良い。

【解説】

題意より、おもりBは3時の位置から反時計回りに  $\alpha$ [rad] 回転している。このとき、おもりBにはたらく垂直抗力を  $N_2$ 、おもりにはたらく摩擦力を  $f$  とすると、おもりBにはたらく力は下図のようになる。



力のつりあいの式及び摩擦力の式より

$$\text{水平方向のつりあい： } f = Mr\omega^2 \cos \alpha$$

$$\text{鉛直方向のつりあい： } N_2 + Mr\omega^2 \sin \alpha = Mg$$

$$\text{最大摩擦力： } f = \mu N_2$$

これら3式から、 $f$ 、 $N_2$ を消去し、 $\mu$ について解くと

$$\mu = \frac{r\omega^2 \cos \alpha}{g - r\omega^2 \sin \alpha}$$

となる。よって、正解は⑦ ……(ス) である。

## ②電気回路

### ○原則

#### 1、コンデンサー・・・(ア)～(カ)に利用

コンデンサーのもつ電気量を $Q$ [C]、コンデンサーの電気容量を $C$ [F]、極板間の電圧を $V$ [V]とすると、 $Q = CV$  が成立する。

また、このコンデンサーに蓄えられる静電エネルギーを $U$ [J]とすると、

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

が成立する。

#### 2、電池のする仕事・・・(キクケ)に利用

起電力 $V$ [V]の電池が一極から+極へ $Q$ [C]の電荷を移動させるとき、電池がする仕事 $W$ [J]は $W = QV$  で与えられる。

#### 3、電気振動・・・(コサシ)に利用

電気が蓄えられた電気容量 $C$ [F]のコンデンサーと自己インダクタンス $L$ [H]のコイルを直列につないで回路をつくると、コンデンサーの極板間の電圧及びコイルを流れる電流が増加・減少を繰り返す。この現象を電気振動と呼び、極板間の電圧及びコイル(回路)を流れる電流の振動の周期 $T$ [s]は  $T = 2\pi\sqrt{LC}$  で与えられる。

#### 4、コイルに蓄えられるエネルギー・・・(スセソ)(テト)に利用

自己インダクタンス $L$ [H]のコイルに電流 $I$ [A]が流れるとき、コイルに蓄えられるエネルギー $U$ [J]は  $U = \frac{1}{2}LI^2$  で与えられる。

### ○解答

(アイウ)

#### 【方針】

原則1を使って電気量を求める。回路には抵抗もつながれているが、コンデンサーの極板間の電圧が4.0[V]になるまで電流は流れ続ける。よって、じゅうぶん時間が経過した後の電気量は抵抗値とは無関係に決まる。

#### 【解説】

求める電気量を $Q$ [C]とすると、原則1より

$$Q = 2.0 \times 10^{-8} \times 4.0 = 8.0 \times 10^{-8} \text{ [C]} \quad \dots\dots(\text{アイウ})$$

(エオカ)

【方針】

原則1を使って静電エネルギーを計算すれば良い。

【解説】

求める静電エネルギーを $U[\text{J}]$ とすると、原則1より  
 $U = \frac{1}{2} \times 8.0 \times 10^{-8} \times 4.0 = 1.6 \times 10^{-7} [\text{J}] \dots\dots(\text{エオカ})$

(キクケ)

【方針】

回路に流れた電流の値などが分からないため、ジュール熱を直接求めることは難しい。  
よって、前設問で計算した静電エネルギーを利用し、エネルギー保存の法則からジュール熱を計算する。

【解説】

コンデンサーの充電の際に電池がした仕事を $W[\text{J}]$ とすると、原則2より  
 $W = 8.0 \times 10^{-8} \times 4.0 = 3.2 \times 10^{-7} [\text{J}]$   
である。このうち、 $1.6 \times 10^{-7} [\text{J}]$ がコンデンサーの静電エネルギーとして蓄えられ、残りがジュール熱として消費される。よって求めるジュール熱は  
 $3.2 \times 10^{-7} - 1.6 \times 10^{-7} = 1.6 \times 10^{-7} [\text{J}] \dots\dots(\text{キクケ})$

(コサシ)

【方針】

コイルとコンデンサーがつながれた回路では、電気振動が起こる。スイッチを右側に切り替えてからA→Bに流れる電流が最大になるまでの時間は、振動の周期の4分の1であるから、原則3を使って求める値を計算すれば良い。

【解説】

電気振動の周期を $T[\text{s}]$ とすると、原則3より  
 $T = 2\pi \times \sqrt{8.0 \times 10^{-4} \times 2.0 \times 10^{-8}}$   
 $\therefore \frac{T}{2\pi} = 4.0 \times 10^{-6} [\text{s}] \dots\dots\textcircled{1}$   
ここで、時間 $T_1$ は周期を使って  $T_1 = \frac{1}{4}T$  と表せるので、求める値は $\textcircled{1}$ より  
 $\frac{T_1}{2\pi} = \frac{1}{4} \cdot \frac{T}{2\pi} = 1.0 \times 10^{-6} [\text{s}] \dots\dots(\text{コサシ})$

(スセソ)

【方針】

電流が最大になるとき、コンデンサーの電圧は0[V]になっており、はじめにコンデンサーに蓄えられていた静電エネルギーはエネルギー保存の法則より、全てコイルに移動する。  
あとは原則4を使って、求める電流の値を計算すれば良い。

【解説】

求める電流を $I[\text{A}]$ とすると、回路のエネルギーは保存するので

$$1.6 \times 10^{-7} = \frac{1}{2} \times 8.0 \times 10^{-4} \times I^2$$

$$I^2 = 4.0 \times 10^{-4}$$

$$\therefore I = 2.0 \times 10^{-2}[\text{A}] \dots\dots(\text{スセソ})$$

(タチツ)

【方針】

Aに対するBの電位が最大になるのは、スイッチを右側に切り替えてから2分の1周期が経過したときである。よって、(コサシ)と同様にして、周期を使って求める値を計算すれば良い。

【解説】

時間 $T_2$ は周期を使って  $T_2 = \frac{1}{2}T$  と表せるので、求める値は①より

$$\frac{T_2}{2\pi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T}{2\pi} = 2.0 \times 10^{-6}[\text{s}] \dots\dots(\text{タチツ})$$

(テト)

【方針】

電気振動において、コンデンサーの極板間の電圧の大きさが最大になるとき、電流は流れず、コイルにエネルギーは蓄えられない。以上、(コ)～(ト)で電気振動を扱ってきたが、これらの4分の1周期ごとの電流・電圧・エネルギーの変化は覚えておく必要がある。

【解説】

時間 $T_2$ において、コイルに電流は流れないので、原則4より求めるエネルギーは0.0[J] ……(テト) である。



### ③波動

#### ○原則

##### 1、波の干渉・・・(2)に利用

点 $S_1$ 、 $S_2$ から同位相で波長 $\lambda$ [m]の波が出ているとき、点Pにおいて2つの波は次のように干渉をする。

$$|S_1P - S_2P| = \begin{cases} m\lambda & : \text{強め合う} \\ \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda & : \text{弱め合う} \end{cases}$$

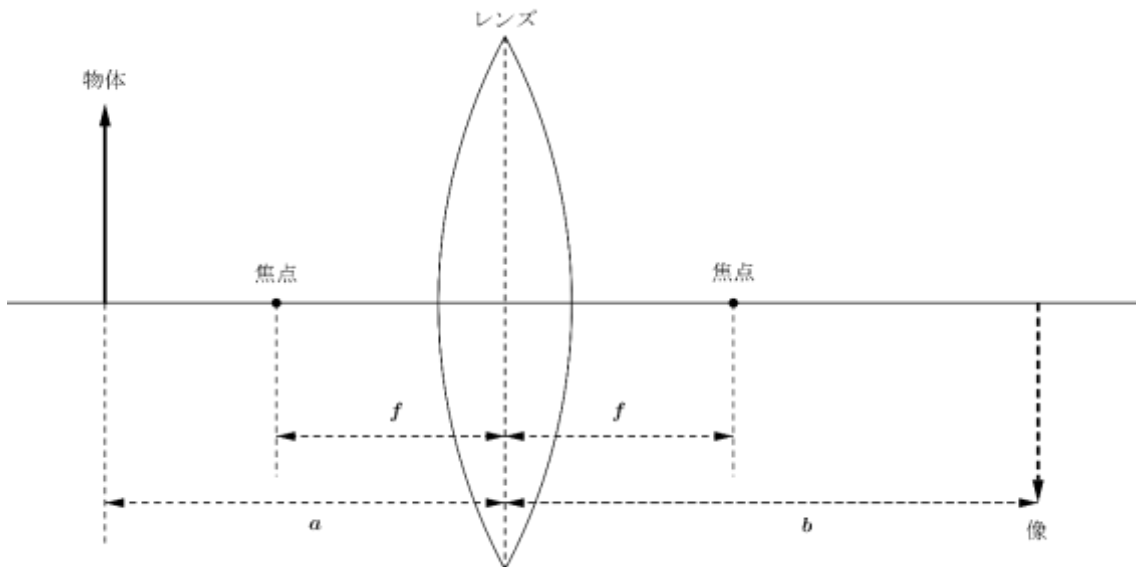
ただし、 $m$ は負でない整数である。

また、点 $S_1$ 、 $S_2$ から逆位相の波が出るときは、強め合いと弱め合いの条件は逆になる。

##### 2、見かけの深さ・・・(3)に利用

屈折率 $n$ の媒質中に、媒質の表面と垂直に長さ $l$ [m]の棒が沈められている。このとき、棒を空気中(屈折率1)から見ると、棒の長さは $\frac{l}{n}$ [m]であるように見える。

##### 3、レンズの式・・・(3)に利用



図のように、レンズの前に物体を置き、生じる像を調べる。物体とレンズの距離を $a$ [m]、

レンズと像の距離を $b$ [m]、レンズの焦点距離を $f$ [m]とすると、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  が成立する。また

このとき、像の大きさは元の物体の $\left|\frac{b}{a}\right|$ 倍となる。

## ○解答

(1)

### 【方針】

縦波の基礎知識を問う設問であり、媒質の変位 $y$ を使って結果を導出することも可能ではあるが、基本的には暗記事項である。本設問内容に限らず媒質の変位・密度・速度が最大・最小になる点はすぐに指摘できるよう、整理して覚えておく必要がある。

### 【解説】

縦波の密度は、媒質の変位が右下がりになっている点で大きく、右上がりになっている点で小さい。よって

媒質の密度が最大： A (正解) ① ……(ア)

媒質の密度が最小： C (正解) ③ ……(イ)

また、媒質の変位の大きさが最大となるのは、縦波の定義より

変位の大きさが最大： B, D (正解) ⑥ ……(ウ)

媒質の振動の速さが最大となるのは、媒質の変位が0となる点であるから

振動の速さが最大： A, C (正解) ⑤ ……(エ)

(2)

### 【方針】

直線 $S_1S_2$ から $\lambda$ 離れた直線上の点をPとする。このとき点 $S_1$ ,  $S_2$ から逆位相の波が出ているので、点Pで音が弱め合うための条件は、原則1より  $|S_1P - S_2P| = m\lambda$  である。

また、 $\triangle S_1S_2P$ について、三角形の成立条件より  $|S_1P - S_2P| \leq S_1S_2 = 4.5\lambda$  となる。このことに気付くことが出来れば、あとは、 $|S_1P - S_2P| = m\lambda \leq 4.5\lambda$  をみたす点Pの個数を考えることで解を導くことができる。

### 【解説】

直線 $S_1S_2$ から $\lambda$ 離れた直線上の点をPとする。点 $S_1$ ,  $S_2$ から出た波が弱め合うので、

$$|S_1P - S_2P| = m\lambda \quad \cdots\cdots\text{①}$$

が成立する。また、

$$|S_1P - S_2P| \leq 4.5\lambda \quad \cdots\cdots\text{②}$$

となる。①②より

$$m \leq 4.5$$

$$\therefore m = 0, 1, 2, 3, 4$$

よって点Pが①②をとともにみたすためには、

$$S_1P - S_2P = 0$$

$$S_1P - S_2P = 1, 2, 3, 4$$

$$S_2P - S_1P = 1, 2, 3, 4$$

のいずれかをみたす必要がある。上にまとめた9つの式のそれぞれに対して点Pの位置が一

箇所が決まるので、音が弱め合う点は9箇所存在する。  
よって正解は9 ……(答) である。

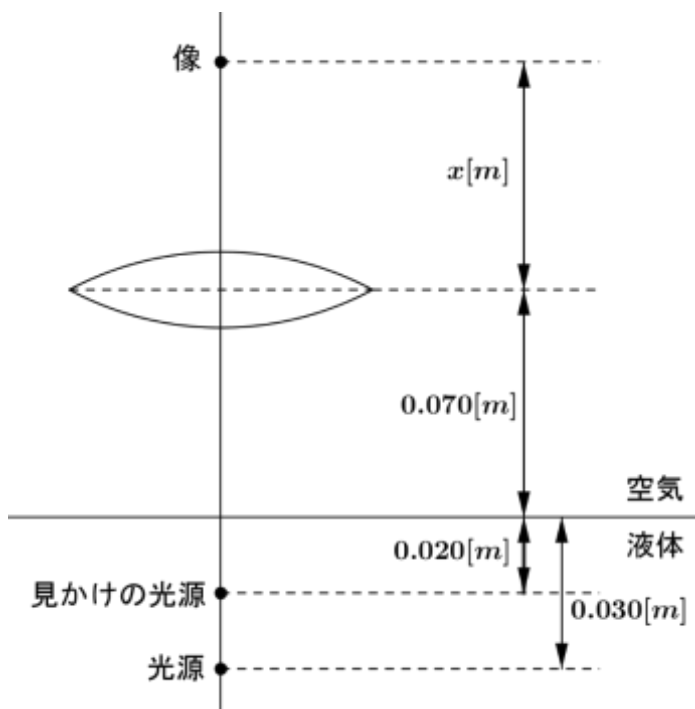
(3)

【方針】

光源は屈折率1.5の透明な液体に入れられているので、空気中からこの光源を見ると、原則2より  $\frac{0.030}{1.5} = 0.020[m]$  の深さのところへ浮き上がって見える。よって、光源が0.020[m]の深さに置かれていると考え、レンズの式をたてて解いていけば良い。

【解説】

原則2より、光源は  $\frac{0.030}{1.5} = 0.020[m]$  の深さから光を出していると考え、求める距離を  $x[m]$  として、距離の関係を図に整理すると次図のようになる。



原則3より、レンズの式をたてると

$$\frac{1}{0.070+0.020} + \frac{1}{x} = \frac{1}{0.060}$$

$$\therefore x = 1.8 \times 10^{-1}[m] \text{ ……(カキク)}$$

また、このときの像の倍率は

$$\left| \frac{0.18}{0.090} \right| = 2.0[\text{倍}] \text{ ……(ケコ)}$$

## ④熱

### ○原則

#### 1、モル比熱・・(1)(2)に利用

$n[\text{mol}]$ の物質の温度を $\Delta T[\text{K}]$ 変化させるために必要な熱量 $Q[\text{J}]$ は、 $n$ 及び $\Delta T$ に比例し、

$Q = nC\Delta T$  と表される。このときの比例定数 $C[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ をモル比熱とよぶ。

単原子分子理想気体のとき、気体が定積変化・定圧変化する際のモル比熱はそれぞれ次の式で与えられる。

$$\text{定積変化： } C = \frac{3}{2}R$$

$$\text{定圧変化： } C = \frac{5}{2}R$$

ただし、気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ とした。

#### 2、ボイル・シャルルの法則・・(1)(2)に利用

容器に密閉された圧力 $p_1[\text{Pa}]$ , 体積 $V_1[\text{m}^3]$ , 温度 $T_1[\text{K}]$ の気体が、質量一定のまま圧力 $p_2[\text{Pa}]$ ,

体積 $V_2[\text{m}^3]$ , 温度 $T_2[\text{K}]$ に変化したとき、 $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$  が成立する。このような関係をボイル・

シャルルの法則とよぶ。

ここでは、 $[\text{Pa}]$ などの単位を使用したがる、両辺とも同じ単位であれば、 $[\text{気圧}]$ などの単位を使用してもボイル・シャルルの法則は成立する。

#### 3、気体のする仕事・・(2)に利用

気体が定積変化をするとき、気体が行う仕事は $0[\text{J}]$ である。

また、気体が定圧変化をするとき、気体の圧力を $p[\text{Pa}]$ 、体積変化を $\Delta V[\text{m}^3]$ とすると、気体が行う仕事 $W[\text{J}]$ は  $W = p\Delta V$  で与えられる。

また、気体が単原子分子理想気体であるとき、気体の物質量を $n[\text{mol}]$ 、温度変化を $\Delta T[\text{K}]$ 、気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ とすると、気体が行う仕事は  $W = nR\Delta T$  でも計算することができる。上式は、理想気体の状態方程式より直ちに示される。

#### 4、熱効率・・(2)に利用

熱機関が外部から吸収した熱量を $Q[\text{J}]$ 、外部に対してした仕事を $W[\text{J}]$ とすると、熱効率 $e$ は

$$e = \frac{W}{Q} \text{ で与えられる。}$$

### ○解答

この大問では、気体の状態を簡潔に記述するため、例えば圧力 $p[\text{Pa}]$ , 体積 $V[\text{m}^3]$ , 温度 $T[\text{K}]$ である気体の状態Aを  $A(p, V, T)$  のように表すこととする。

(1)

(a)

(アイウ)

【方針】

気体は断熱材でできた容器に入っているため、気体が受け取った熱量と金属が失った熱量は等しい。これらの熱量を原則1を使って計算し、解けば求める値が得られる。

【解説】

気体は定積変化をするので、気体のモル比熱は $\frac{3}{2}R$  [J/(mol·K)]である。

また、題意より、金属のモル比熱は $3R$  [J/(mol·K)]である。求める温度を $T'$  [K]とすると、気体が受け取った熱量と金属が失った熱量は等しいので、

$$1.0 \cdot \frac{3}{2} R \cdot (T' - 300) = 1.0 \cdot 3R \cdot (900 - T')$$

$$T' - 300 = 1800 - 2T'$$

$$\therefore T' = 7.0 \times 10^2 \text{ [K]} \quad \dots\dots(\text{アイウ})$$

(エオ)

【方針】

気体は容器に密閉されており、質量は一定なので、原則2のボイル・シャルルの法則を使うことができる。式を解けば直ちに求める値が得られる。

【解説】

求める圧力を $p$  [気圧]、体積を $V$  [m<sup>3</sup>]とすると、気体の状態変化は

$$(1.0 \text{ [気圧]}, V, 300) \rightarrow (p \text{ [気圧]}, V, 700)$$

であるから、ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{1.0 \times V}{300} = \frac{p \times V}{700}$$

$$\therefore p = \frac{7}{3} \approx 2.3 \text{ [気圧]} \quad \dots\dots(\text{エオ})$$

(b)

(カキク)

【方針】

気体が定圧変化をすること以外は(a)と同じであるから、同様の式をたてて解いていけば良い。

【解説】

気体は定圧変化をするので、気体のモル比熱は $\frac{5}{2}R$  [J/(mol·K)]である。求める温度を $T''$  [K]とすると、(a)と同様に

$$1.0 \cdot \frac{5}{2} R \cdot (T'' - 300) = 1.0 \cdot 3R \cdot (900 - T'')$$

$$5(T'' - 300) = 6(900 - T'')$$

$$\therefore T'' = \frac{6900}{11} \approx 6.3 \times 10^2 \text{ [K]} \quad \dots\dots(\text{カキク})$$

(ケコ)

【方針】

(a)と同様に解いていけば良い。

【解説】

気体の体積が $V'[\text{m}^3]$ から $V''[\text{m}^3]$ に変化したとすると、気体の状態変化は  
(1.0[気圧],  $V'$ , 300)  $\rightarrow$  (1.0[気圧],  $V''$ , 630)  
であるから、ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{1.0 \times V'}{300} = \frac{1.0 \times V''}{630}$$

$$\therefore \frac{V''}{V'} = \frac{630}{300} = 2.1[\text{倍}] \quad \dots\dots(\text{ケコ})$$

(2)

(a)

(サ)

【方針】

A  $\rightarrow$  B の状態変化について、圧力・体積・温度を整理しボイル・シャルルの法則を使って求める値を計算していく。入試問題等では状態変化を記述する際に  $p-V$  図がよく使用されるが、この大問では  $V-T$  図が描かれており、以後の設問でも  $p-V$  図のもつ性質が使えないことに注意する。

【解説】

求める圧力を $p_B[\text{Pa}]$ とおくと、A  $\rightarrow$  B の状態変化は  
A( $p_1, V_1, T$ )  $\rightarrow$  B( $p_B, V_1, 3T$ )

となるので、ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_B V_1}{3T}$$

$$\therefore p_B = 3p_1$$

よって正解は3  $\dots\dots(\text{サ})$  である。

(シスセソ)

【方針】

図より、線分OAとOD及び線分OBとOCの傾きが等しくなっていることに注目する。以上から、傾きに関する式を2つつくり、解いていけば良い。

【解説】

線分OAとODの傾きは等しいので、

$$\frac{V_1}{T} = \frac{V_2}{\frac{3}{2}T} \dots\dots①$$

$$\therefore V_2 = \frac{3}{2}V_1$$

よって正解は  $\frac{3}{2}$  ……(シス) である。

また、線分OBとOCの傾きは等しいので、状態Cの温度を $T_C$ [K]とすると

$$\frac{V_1}{3T} = \frac{V_2}{T_C} \dots\dots②$$

$$\therefore T_C = \frac{3V_2T}{V_1} = \frac{9}{2}T$$

よって正解は  $\frac{9}{2}$  ……(セソ) である。

(b)

(タチ)

【方針】

A → B の過程は定積変化、B → C の過程は定圧変化となるので、原則1のモル比熱を使って熱量の式をたて、比較すれば良い。

【解説】

気体の物質量を $n$ [mol]とする。A → B は定積変化であるから、原則1より熱量 $Q$ は

$$Q = n \cdot \frac{3}{2}R(3T - T) = 3nRT \dots\dots③$$

と表せる。また、状態Cの圧力を $p_C$ [Pa]とおくと、B → C の状態変化に対するボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_B V_1}{3T} = \frac{p_C V_2}{T_C}$$

ここで、②より

$$p_C = p_B = 3p_1$$

よって、B → C は定圧変化であるから、この過程で気体が吸収した熱量を $Q'$ [J]とおくと、原則1より

$$Q' = n \cdot \frac{5}{2}R\left(\frac{9}{2}T - 3T\right) = \frac{15}{4}nRT \dots\dots④$$

よって、③④より  $Q' = \frac{5}{4}Q$  であるから、正解は  $\frac{5}{4}$  ……(タチ) である。

(ツテ)

【方針】

原則3を使って仕事の計算をすれば良い。ここまでで、色々な量が出てきているので、状態A, B, C, Dに対して圧力・体積・温度を整理しておくとなかりやすくなる。

【解説】

状態Dの圧力を $p_D$ [Pa]とおくと、D → A の状態変化に対するボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_1 V_1}{T} = \frac{p_D V_2}{\frac{3}{2}T}$$

ここで、①より

$$p_D = p_1$$

よって、D → A は定圧変化である。

以上の結果をまとめると、気体の状態変化は

$$A(p_1, V_1, T) \rightarrow B(3p_1, V_1, 3T) \rightarrow C\left(3p_1, \frac{3}{2}V_1, \frac{9}{2}T\right) \rightarrow D\left(p_1, \frac{3}{2}V_1, \frac{3}{2}T\right)$$

となる。原則3より、各過程で気体が外部にした仕事は次のようになる。

A → B： 定積変化であるから、0[J]

B → C： 定圧変化であるから、 $nR\left(\frac{9}{2}T - 3T\right) = \frac{3}{2}nRT$ [J]

C → D： 定積変化であるから、0[J]

D → A： 定圧変化であるから、 $nR\left(T - \frac{3}{2}T\right) = -\frac{1}{2}nRT$ [J]

以上から、1サイクルの間に気体が外部にした仕事を $W$ [J]とすると、

$$W = \frac{3}{2}nRT - \frac{1}{2}nRT = nRT$$

よって、③より  $W = \frac{1}{3}Q$  であるから、正解は  $\frac{1}{3}$  ……(ツテ) である。

(トナニ)

【方針】

C → D や D → A では気体の温度が下がっているため、気体は熱を放出しており、このときの熱量は熱効率を計算する上では不要である。これまでの設問で熱効率の計算に必要な量はすべて計算されているので、原則4より直ちに求める値がわかる。

【解説】

原則4より、求める熱効率は

$$\frac{W}{Q+Q'} = \frac{\frac{1}{3}Q}{Q+\frac{5}{4}Q} = \frac{4}{27} \dots\dots(\text{トナニ})$$