

# 数学ⅡB 標準問題精講 解説

P206 | 標問91

・  $1/x-1$ を $x \rightarrow 1$ するとき、 $x \rightarrow +0$ と $x \rightarrow -0$ で答えが変わるのはどう考えたらいいか？  
【(1)に対応】

$\frac{1}{x-1}$  を $x \rightarrow 1$ に近づけていったとき、どのような値になるかは、

右 (+) から近づけたときと、左 (-) から近づけたときで変わります。

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{1}{x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{1}{x-1} = -\infty$$

なぜこうなるかは、グラフを描けばわかりますが、極限を求めるのにいちいちグラフを描くわけにもいきません。ここでは、グラフを書かずに極限値の正負を確実に知る方法を教えます。

まずは、次のように変形してください。

$$x \rightarrow 1+0 \quad \Rightarrow \quad x-1 \rightarrow +0$$

<補足>

「 $x$ を右から1に近づける」を「 $x-1$ を右から0に近づける」にするということです。

そして、 $x-1$ のままだと綺麗ではないので、 $x-1=h$ と置き換えます。すると、

$$\text{与式} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow \lim_{h \rightarrow +0} \frac{1}{h}$$

となります。つまり、 $h$ が+を保ったまま0に近づくということなので、当然符号は正になりますね。

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{1}{h} = +\infty$$

左 (-) から近づけた場合も、同じように考えればいいです。

