東邦 2015 物理

略解

$\boxed{1}$ 問 1.f

$\boxed{2}$ 問 2.a,b,c,d

$\boxed{3}$ 問 3.e　問 4.c

$\boxed{4}$ 問 5.b　問 6.e

$\boxed{5}$ 問 7.a　問 8.f

$\boxed{6}$ 問 9.a,c,e,g

$\boxed{7}$ 問 10.a,b

$\boxed{8}$ 問 11.b　問 12.a　問 13.d　問 14.c

$\boxed{9}$ 問 15.g

$\boxed{10}$ 問 16.e　問 17.f

$\boxed{11}$ 問 18.e

$\boxed{12}$ 問 19.d　問 20.h　問 21.c

$\boxed{13}$ 問 22.d　問 23.f

$\boxed{14}$ 問 24.b　問 25.e

配点　　各 4 点（4×25）

① 力学

○原則

1 力学的エネルギー保存則　物体の速度を変化させる際に必要な仕事を運動エネルギー（$1/2\ mv^2$）と言い、物体がある位置 h (m)にいる状態で物体に蓄えられるエネルギーを位置エネルギ（mgh）またはポテンシャルと言う。m (kg)は物体の質量、v (m/s)は物体の速度、g (m/s^2)は重力加速度である。

運動エネルギーと位置エネルギーの和のことを、力学的エネルギー(kg m^2/s^2)と言う。この力学的エネルギーは、保存力だけを考慮するとき、常に保持される。保存力は、重力や弾性力や静電気力のことを指す。一方で、摩擦力や空気抵抗といった非保存力が関わると、力学的エネルギーが減少し、物体が減速したり停止したりする。

・摩擦が関係ない場合（力学的エネルギ保存則）：
　力学的エネルギー＝運動エネルギー+位置エネルギー＝一定

・摩擦が関与する場合：
　力学的エネルギーの減少量＝摩擦力のした仕事

2 力のつりあい　２つの力が同一直線上にあって、且つ同じ大きさで反対方向を向いているとき、物体は等速度運動する（力がつりあう)。力のつりあいの式を求める場合、力の方向を分解する必要がある。その分解方向は自由である。

3 遠心力　回転座標系で作用する慣性力の一つが、遠心力である。遠心力は mv^2/r と表される。r (m)は回転座標系の半径である。

4 力のモーメント　物体に回転を生じさせる力の量を、力のモーメント（回転力）(Nm)と言う。力を $\boldsymbol{F}$、力の作用点の位置を $\boldsymbol{r}$ とすると、力のモーメントは、$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ で表される。回転には、力の垂直成分だけが寄与する。

5 摩擦力（非保存力）　静止している間の摩擦力が静止摩擦力であり、動き始めの静止摩擦力が最大静止摩擦力（＝μ（静止摩擦係数）×N（垂直抗力)）である。滑り出した後は、動摩擦力と言う。

6 運動量保存則と反発係数　外力が加わらない時、２物体の運動量 mv (kg m/s)は衝突前後で変わらない。２物体 A と B が完全弾性衝突する時、運動量と力学的エネルギーが保存され、衝突前の互いに近づく速さ v_A-v_B と、衝突後の遠ざかる速さ V_A-V_B の比（反発係数）が１となる。

7 弾性力　フックの法則より、弾性力は kx と表される。k はばね定数(N)、x は自然長からの縮み(m)である。力のつりあいの式より、角振動数$\omega=(k/x)^{1/2}$ (rad/s)が得られる。弾性力のポテンシャルは $1/2\ kx^2$ で表される。

○解答

問１

【方針】

小物体の初速度を求めるには、点 A と点 C での力学的エネルギー保存則（原則 1）と、

点 C でのつりあいの式（原則 2 と 3）を用いればよい。点 A と小物体がレールから離れる点 C における、小物体にかかる力の向きをすべて書き出す。点 A では、重力と垂直抗力がはたらき、点 C では遠心力と重力がはたらき、垂直抗力は 0 である。

【解説】

点 C における速度を v_c、水平面となす角をθとする。力学的エネルギー保存則の式を立てる。

$$\frac{1}{2}mv_0^2+0=\frac{1}{2}mv_c^2+mgh\ (1-1)$$

次に、円弧の中心方向における力のつりあいの式を立てる。

$$m\frac{v_c^2}{R}=mg\cos\theta+0\ (1-2)$$

$R\cos\theta=h-R$の関係を用い、式(1-1) に(1-2)を代入して、小物体の初速度$v_0=\sqrt{g(3h-R)}$が得られる。解は f である。

問 2

【方針】

最大摩擦力は垂直抗力に比例する（原則 5)。まず、点 A と点 B における板にはたらく力をすべて書き出す。点 A と点 B におけるつりあいの式をたてる（原則 2）と、力のモーメントの式（原則 4）から、点 B での垂直抗力を出す。

【解説】

点 A では垂直抗力 N_A と重力が、点 B では垂直抗力 N_B と重力、静止摩擦力 F がはたらく。板の質量を m、板の長さを $2l$、板と右の斜面のなす角θとする。点 A と点 B における、左斜面と水平方向および垂直方向のつりあいの式をたてる。

$$N_B-mg\cos 45^\circ=0\ (2-1)$$

$$N_A+F-mg\sin 45^\circ=0\ (2-2)$$

板の重心（中心）における、時計回りおよび反時計回りの力のモーメントの式をたてる。

$$N_A l\sin\theta=N_B l\cos\theta+Fl\sin\theta\ (2-3)$$

式(2-1)と(2-2)を、(2-3)に代入し、$N_B=\frac{mg}{\sqrt{2}}, F=\frac{mg}{2\sqrt{2}}(1-\frac{1}{\tan\theta})$が求まる。

最大静止摩擦力の関係式から、$-0.3N_B\leq F\leq 0.3N_B$が得られる。この式に、先の N_B と F を代入して、$0.625\leq\tan\theta\leq 2.5$ が得られる。解は a、b、c、d となる。

問 3

【方針】

板に対して静止する、というのは、板と等速度運動することを意味する。始状態の小物体と板の力学的エネルギーの和と、等速度運動時の力学的エネルギーの和の変化量は、摩擦力がした仕事に等しい。まずは、小物体と板にかかる力をすべて書き出し、力学的エネルギー保存則（原則 1）を用いる。次に、板と床の間に摩擦がないため、板と小物体の間で

運動量の和が保存される（原則 6）ことを用いればよい。

【解説】

小物体には、垂直抗力 N と重力 mg、摩擦力νNがかかり、板には重力 $8mg$ と小物体からの垂直抗力 N、摩擦力νNがかかる。板に対して静止する時の速度を v とする。

$$\left(\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}8mv^2\right)-\frac{1}{2}mv_0^2=-0.4mgL\ (3-1)$$

板と小物体の運動量保存則により、

$$mv_0=mv+8mv\ (3-2)$$

が成り立つ。式(3-1)に(3-2)を代入して、$v_0=\sqrt{0.9gL}$　が求まる。解は e である。

問 4

【方針】

摩擦力がした仕事を用いる。

【解説】

式(3-1)の右辺に$L=\frac{v_0^2}{0.9g}$　を代入して、$-\frac{4}{9}mv_0^2$　が得られる。解は c である。

問 5

【方針】

ばねが伸びている間、力学的エネルギー（原則 1）が保存される。ばねに対しては、弾性力（原則 7）がはたらく。ばねが縮み始めると、小物体 A は単振動運動を始める。小物体 B には力がかからず、等速度運動になる。力学的エネルギーは、小物体 A とばねの間のみで保存される。

【解説】

始状態（伸び u）と自然長の時（伸び 0、速度 $v_A=v_B$）において、

$$0+0+\frac{1}{2}ku^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}3mv_B^2+0\ (5-1)$$

が成り立つ。小物体 A が小物体 B に衝突したとき、つまり小物体 A の速度が 0 になるときの、ばねの縮みを x とすると、

$$\frac{1}{2}mv_A^2+0=0+\frac{1}{2}kx^2\ (5-2)$$

が成り立つ。式(5-1)と(5-2)から、$x=\frac{1}{2}u$が求まり、解は b となる。

問 6

【方針】

前問より、小物体 A が角振動数ωで単振動（原則 7）をし、xだけ移動した後、小物体 B と衝突することがわかっている。小物体 A が xだけ動くのにかかった時間は、単振動周期の 1/4 倍に等しく、$\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}$ と表される。

【解説】

ひもの長さを l とする。v_B で等速度運動をする、小物体 B の移動した距離は、$l+x$ で表される。式(5-1)より求まる v_B と x を代入して、

$$\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}=\frac{l+x}{v_B}\leftrightarrow\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\sqrt{k/m}}=\frac{l+u/2}{u/2\cdot\sqrt{k/m}}$$

から、$l=\frac{1}{4}(2\pi-1)u$ が得られる。よって、解は e である。

問 7

【方針】

三平方の定理と三角関数の定理を用いる。

【解説】

三平方の定理より、三辺が d、 $R+r$、$\sqrt{(R+r)^2-d^2}$ の三角形を考える。三角関数の定理より、$\sin\theta=\frac{d}{R+r}$、$\cos\theta=\frac{\sqrt{(R+r)^2-d^2}}{R+r}$、$\tan\theta=\frac{d}{\sqrt{(R+r)^2-d^2}}$ が得られる。よって解は a となる。

問 8

【方針】

題意より、球 B が円柱 A に与える力積 I は、円柱の運動量の変化に等しい。完全弾性衝突であるため、反発係数が 1 であることを用いる（原則 6)。

【解説】

衝突時における円柱 A と球 B の方向、X 軸のみを考える。X 軸方向における円柱 A の速度を v_A、球 B の速度を v_B とする。X 軸方向において、原則 6 より、

$$2mv_A+mv_B=mv_0\cos\theta \quad (8-1)$$

$$1=-\frac{v_B-v_A}{v_0\cos\theta-0} \quad (8-2)$$

が成り立つ。式(8−1)と(8−2)より、$v_A=\frac{2}{3}v_0\cos\theta$ が得られる。力積は、$I=2mv_A-2m\times 0$ より、$I=\frac{4}{3}mv_0\cos\theta$ が得られる。解は f である。

② 波動

〇原則

8 振動数　速さ u [m/s]と振動数 ν [1/s]、波長 λ [m]の関係は、$u=\nu\lambda$ と表される。

〇解答

問 9

【方針】

正弦波の速さと波長から、振動数を求める（原則 8)。

【解説】

正弦波は 0.005 秒後、$(\frac{3}{4}+n)\lambda$、もしくは $-(\frac{1}{4}+n)\lambda$ だけ進んでいる（n は整数)。正弦波の振動数 f は、

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{[(\frac{3}{4}+\mathrm{n})\lambda/0.005]}{\lambda}$$

もしくは、

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{[(\frac{1}{4}+\mathrm{n})\lambda/0.005]}{\lambda}$$

より、$f=200(\frac{3}{4}+\mathrm{n})$あるいは$\mathrm{f}=200(\frac{1}{4}+\mathrm{n})$。よって、$f$= 50, 150, 250, 350 Hz。解は、a, c, e, g となる。

③ 光学

〇原則

9　レンズの公式　凸レンズから物体までの距離 a、焦点距離 f、レンズから実像までの距離 b の関係は、$1/a+1/b=1/f$ と表される。

〇解答

問 10

【方針】

　凸レンズから光源までの距離は、凹レンズの焦点距離 f' （=10 cm）と 2 つのレンズの中心間距離 a (= 4 cm）の和となる。レンズの公式（原則 9）を用いる。

【解説】

　凸レンズの中心 0′ から実像までの距離を b、凸レンズの焦点距離を f とすると、

$$\frac{1}{a+f'}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

が成り立つ。$b=\frac{14f}{14-f}$ 実像ができるためには、$b>0$ より、$f<14$ が条件となる。解は a,b となる。

④ 気体

〇原則

１０　理想気体の状態方程式　ボイル・シャルルの法則およびアボガドロの法則から、理想気体は、$PV=nRT$ の関係が成り立つ。ここで P (Pa)は気体の圧力、V (m^3)は気体が占める体積、n (mol)は気体の物質量、R (=8.31451 J/K/mol)は気体定数、T (K)は気体の熱力学温度である。

１１　熱力学第 1 法則　熱力学におけるエネルギー保存則を熱力学第一法則といい、$\Delta U=\delta Q-\delta W$ の関係がある。ここで、ΔU は系の内部エネルギーの変化量、δQ は系に与えられた熱量、$-\delta W$ は系から取り出された仕事である。

１２　比熱　比熱 c (J/g/K)は、単位質量の物質の熱容量であり、$Q=mc\Delta T$ の関係がある。比熱が大きい物質は、温まりにくく、冷めやすい。理想気体では、定積比熱 Cv と定圧比熱

Cp の関係式として、$Cp - Cv = R$ が成り立つ（マイヤーの法則)。定積過程におけるモル比熱は $C_v = \frac{5}{2}RT$、定圧過程では $C_p = \frac{3}{2}RT$ となる。断熱変化では、$\gamma = \frac{C_v}{C_p}$ としたとき、PV^{γ} が一定となる（ポアソンの式)。

○解答

問 11

【方針】

容器 A と B は間でつながれているため、両容器の圧力は等しい（定積変化)。理想気体なので、気体の状態方程式（原則 10）が使える。

【解説】

加熱後、容器 A と B 間にある気体の物質量を n_A, n_B[mol]、両容器の気体の圧力を P [Pa] とする。

$$PV = n_A R \cdot 2T \quad (11-1)$$
$$PV = n_B R \cdot T$$

が成立する。$n_A + n_B = n$ なので $n_A = \frac{1}{5}n$ が得られる。よって解は b である。

問 12

【方針】

加熱後の圧力は前問で求められているので、加熱前の気体の圧力を求めればよい。

【解説】

加熱前の気体の圧力を P_0 とすると、$P_0 3V = nRT$ が成立する。気体の圧力の増加分 $\varDelta P$ は式（11－1）を用いて、

$$\Delta P = P - P_0$$
$$= \frac{\frac{1}{5}nR2T}{V} - \frac{nRT}{3V}$$
$$= \frac{nRT}{15V}$$

が得られる。よって解は a となる。

問 13

【方針】

外部への仕事量がないので、気体の内部エネルギー増加量 ΔU(J)は気体の吸収した熱量に等しい（原則 11)。単原子分子理想気体では、定積モル比熱を用いることができる（原則 12)。

【解説】

加熱前と加熱後の気体の熱量を Q_0, Q とすると、$\Delta U = Q - Q_0 = \left(\frac{3}{2}n_A \mathrm{R2T} + \frac{3}{2}n_B \mathrm{RT}\right) - \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{10}nRT$ が得られる。よって解は d である。

問 14

【方針】

断熱状態は、熱の出入りがない状態（$\Delta U = 0$）で、P、V、Tが変化する。

【解説】

十分に時間が経過した後の温度を T' (K)とする。

$$\frac{3}{2}\,nRT' - \left(\frac{3}{2}n_A RT \cdot 2T + \frac{3}{2}n_B RT\right) = 0$$

が成立する。$T' = \frac{6}{5}T$となり、解は c である。

問 15

【方針】

熱量と比熱の関係を用いる（原則 12)。

【解説】

物体の質量を m、初速度をv_0、物体の比熱を c、温度上昇をΔTとする。発生した熱量 Q' は、$Q' = \frac{1}{2}mv_0^2$である。物体が吸収した熱量 q は、$q = mc\Delta T$なので、摩擦によって発生した熱量のうち物体が吸収したのは、

$$\frac{q}{Q'} \times 100 = \frac{48}{80} \times 100 = 60\ [\%]$$

となり、解は g である。

問 16

【方針】

断熱変化なので、ボアソンの式が使える（原則 12)。

【解説】

変化後の圧力と体積をそれぞれP'、V'とすると、$PV^\gamma = P'V'^\gamma$が成立する。$V' = 1.05V$、$\gamma = \frac{C_V}{C_p} = \frac{5}{3}$ を代入して、

$$PV^{\frac{5}{3}} = P'(V \times 1.03)^{\frac{5}{3}} \leftrightarrow \frac{P'}{P} \cong 0.95 \quad (16-1)$$

ボイル・シャルルの法則より、

$$\frac{PV}{T} = \frac{P'V'}{T}$$

$$\cong \frac{0.95P1.03V}{T}$$

より$T' \cong 0.98T$となる。よって解は e である。

問 17

【方針】

前問を用いる。

【解説】

式(16－1)より、解は f である。

⑤ 電磁気

○原則

１３　クーロンの法則　静電気力は $F=KQ_1Q_2/r^2$ と表される。ここで K (Nm²/C²)は比例定数で Q(C)は荷電粒子である。電位 V(V/m)は、$V= KQ/r$ と表される。

１４　オームの法則　電位は $V=RI$ と表される。R(Ω)は抵抗である。

１５　ローレンツ力　荷電粒子が磁場の中で運動するときに受ける力をローレンツ力といい、QvB で表される。B は磁束密度(T)である。電流 I を用いると IBl で表される。l は電流が流れる導線の長さである。

１６　誘導起電力とレンツの法則　磁束の大きさ $BS=vBl$ より、磁場を横切る導線に生じる誘導起電力は、vBl で表される。方向は、右ねじの法則に従う。

１７　コンデンサー　電流が流れるとコンデンサーには電荷が蓄積する。電気量 Q(C)が蓄えられているとき、コンデンサーには電位差 V(V)が発生する。電気容量 C(F)を用いて、$Q=CV$ の関係成り立つ。

１８　インピーダンス　交流回路におけるコンデンサーとコイルのリアクタンスは、それぞれ $1/\omega C$、ωL と表される。RLC 直列回路では、電流と電圧の比率を表すインピーダンスは、$\sqrt{R^2+(1/\omega C+\omega L)^2}$である。

○解答

問 18

【方針】

点ＡとＢにおける電位を、クーロンの法則を用いて求め（原則 13)、それらを足し合わせればよい。

【解説】

線分 AB 上で最も電位が低い点 P と点 A の距離を x とする。点 A の電荷が点 P に作る電位V_Aは、$V_A=K_0\frac{Q}{x}$と表され、点 B が点 P に作る電位V_Bは、$V_B=K_0\frac{4Q}{2a-x}$となる。点 P における電位は、

$$V_{(x)}=V_A+V_B$$

$$=K_0Q\frac{3x+2a}{x(2a-x)}$$

である。点 P では、$V_{(x)}$が最小となるので、$V'_{(x)}=0$となる x を求める。

$$V'_{(x)}=K_0Q\frac{(3x-2a)(x+2a)}{x^2(2a-x)^2}$$

$x=\frac{2}{3}a$のとき、点 P の電位は$V_P=\frac{9}{2}\frac{K_0Q}{a}$で最小となる。よって解は e である。

問 19

【方針】

金属棒にかかる力を全て書き出す。金属棒に流れる電流は、オームの法則（原則 14）より$I_0=\frac{E}{R}$である。磁界から受けるローレンツ力（原則 15）は、$\frac{E}{R}Bl$と表される。他に、手が加えている力 Fと、重力がはたらく。これらから、力のつりあいの式をたてる。

【解説】

力のつりあいを考えて、$F+Mg=\frac{EBl}{R}$が成り立つ。$F=\frac{EBl}{R}-Mg$より、解は d である。

問 20

【方針】

金属棒から手を放すと、閉回路を貫く磁束が変化し、誘導起電力 Vが発生する（原則 16）。オームの法則を用いて、回路に流れる電流を出し、ローレンツ力を導出する。はたらく力を全て出せば、運動方程式から加速度を求めればよい。

【解説】

金属棒の加速度の大きさを a、ひもの張力の大きさを T とする。金属棒の速度を v とすると、誘導起電力は $V=vBl$ と表される。回路に流れる電流は、$I_0=\frac{E-vBl}{R}$となる。金属棒の運動方程式は、$ma=I_0Bl-T$と表わされる。一方、重りの運動方程式$Ma=T-Mg$から、加速度が求まる。

$$(\mathrm{m}+\mathrm{m})\mathrm{a}=(Z_1Bl-T)+(T-Mg)$$

$$\leftrightarrow \mathrm{a}=\frac{1}{m+M}\left(\frac{E-vBl}{R}Bl-Mg\right)$$

よって、解は h となる。

問 21

【方針】

金属棒の速さv_0が一定の時、加速度は 0 となる。

【解説】

前問の運動方程式に $a=0$ を代入し、

$$\frac{E-v_0Bl}{R}Bl-Mg=0$$

よって、$v_0=\frac{EBl-MgR}{B^2l^2}$となり、解は c である。

問 22

【方針】

接続前後で電荷が保存されることを用いて、原則 17 から電位を求める。

【解説】

各コンデンサーに蓄えられている電荷量を、それぞれQ_1,Q_2,Q_3とする。接続前には、コンデンサーに電荷が蓄えられていなかったので、

$$Q_1+Q_2+Q_3=0 \quad (22-1)$$

が成り立つ。B から見た A の電位V_0は、

$$V_0 = E + \frac{Q_1}{C} = 2E + \frac{Q_2}{2C} = 3E + \frac{Q_3}{3C} \quad (22-2)$$

である。式(22－2)より$Q_1 = (V_0 - E)C\,, Q_2 = (V_0 - 2E)2C\,, Q_3 = (V_0 - 3E)3C$が得られるので、式(22－1)に代入して、$V_0 = \frac{7}{3}\mathrm{E}$が得られる。よって解は d である。

問 23

【方針】

前問より、各コンデンサーの電荷量が分かっているので、それらを足し合わせばよい。

【解説】

各電池がした仕事W_1, W_2, W_3は

$$W_1 = -Q_1E = -\frac{4}{3}CE^2$$

$$W_2 = -Q_2 2E = -\frac{4}{3}CE^2$$

$$W_3 = -Q_3 3E = -6CE^2$$

よって 3 つの電池がした仕事の総和は

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{10}{3}CE^2$$

よって解は f である。

問 24

【方針】

原則 18 を用いて、インピーダンスを求め、そこから周波数を出せばよい。

【解説】

交流の角周波数をω、周波数を fとする。回路のインピーダンス Zは、

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

と表される。$Z = \frac{V}{2}$なので、

$$\sqrt{10^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \frac{50}{5}$$

となり、$C = \frac{1}{\omega^2 L}$が得られる。$\omega = 2\pi f$より

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{(2\pi \cdot \frac{200}{\pi})^2 \cdot 2.5 \times 10^{-2}} = 2.5 \times 10^{-4}$$

となる。よって解は b である。

問 25

【方針】

前問の値を用いる。

【解説】

AB 間のインピーダンス$Z_b = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

$$= \sqrt{10^2 + (2\pi \frac{200}{\pi} \cdot 2.5 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 10\sqrt{2}$$

よって、AB 間の電圧の実効値は、

$$V_l = Z_l I = 10\sqrt{2} \times 5 \cong 70$$

よって、解は e である。