

数学ⅡB 標準問題精講 解説

P307 | 標問137

・数字の作られ方を見つける【(1)に対応】

一般式（ n を使った式）を求めるときのポイントは、

数字がどのように作られているか、その法則を見つけること

です。今回の問題でも、具体的に数字を辿っていきましょう。

今回の場合は、1, 2, 3, ... と数字を辿っていくと、求めたい数字（3, 10, ...）は、1があるのを1段目、2,3があるのを2段目、4,5,6があるのを3段目とすると、これらの1,2,3,... n 段目までの段数を足したものが、求めたい数字となっていることがわかります。

$$3 = 1 + 2$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

また、

$$3 \text{（左から2番目の数）} = 1 + 2$$

$$10 \text{（左から4段目の数）} = 1 + 2 + 3 + 4$$

という関係があるので、

$$x \text{（左から} n \text{段目の数）} = 1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$$

となるのです。

・数字の作られ方を見つけよう【(2)に対応】

(2)についてですが、こちらも数字の作られ方を見つけることがすべてです。

n が奇数のときというのは、 n が偶数の時に作られた数字に1を加えることで作られていますね。
例えば、11（左から奇数番目の数字）は、10（左から偶数番目の数字）に1を加えたものです。

11を n とすると、10は、 $n-1$ を使って表されるので、一般式は、

$$1 + 2 + \dots + (n-1) + 1 = (n-1)n/2 + 1$$

となります。

・勘で一般式を作ってはいけない

質問対応で多かったのは「3, 10, 21, . . . となりますが、これを階差数列で解きました」というものです。この解き方の最大の問題点は、3, 10, 21のあとに続く数を勝手に予想しているところです。

もしも階差数列を使った方法で解きたいのなら、その方法で一般式を求めたあと、数学的帰納法を使って証明する必要があります。