

聖マ 2014 物理

配点 合計 100 点

- 1 一問 1 点×20 問 計 20 点
- 2 一問 4 点×5 問 計 20 点
- 3 一問 4 点×5 問 計 20 点
- 4 〔1〕 6 点 〔2〕 6 点 〔3〕 1 点×8 問 計 20 点
- 5 〔1〕 ～ 〔4〕 3 点×4 問 〔5〕 〔6〕 4 点×2 問 計 20 点

1

原則 1. ファラデーの電磁誘導の法則 → [1] に利用

コイルに流れる電流の変化により、コイルを貫く磁束が変化し、コイル自身に起電力（電圧）が誘起される現象を自己誘導と言う。 N 回巻きのコイルに生じる誘導起電力（電圧）は、次式のように、このコイルを貫く磁束 Φ の時間変化の N 倍に相当する大きさを持ち、磁束の変化を妨げる向きに働く。次式で表される法則をファラデーの電磁誘導の法則と言い、磁束の変化を妨げる向きに誘導起電力が生じることをレンツの法則と言う。なお、このレンツの法則により、コイルを流れる電流が急激に変化することはない。

$$V = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \dots\dots ①$$

また、コイルの自己インダクタンス L [H] とコイルを流れる電流 I の時間変化 $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ を用いれば、①式は

$$V = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \dots\dots ②$$

と表すことができる。

なお、コイルに蓄えられる磁気エネルギー U [J] は、

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \dots\dots ③$$

となる。

原則 2. 相互誘導について → [1] に利用

近接する 2 つのコイル（コイル 1、コイル 2）において、コイル 1 に流れる電流 I_1 の変化により、コイル 1 およびコイル 2 を貫く磁束が変化してコイル 2 に起電力（電圧） V_2 が誘起される現象を相互誘導と言い、相互インダクタンス M [H] が次式で定義される。

$$V_2 = -M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

なお、コイル 1 とコイル 2 が鉄しんを共有している変圧器では、コイル 1 の巻き数を N_1 、コイル 2 の巻き数を N_2 とすると、相互インダクタンス M [H] は、エネルギー損失を無視できるなら、

$$M \propto N_1 N_2$$

となる。

また、この変圧器のコイル 1 に実効値 V_{1e} の交流電圧を加えたとき、コイル 2 に誘導される交流電圧の実効値 V_{2e} は、エネルギー損失を無視できるなら、

$$V_{2e} = V_{1e} \times \frac{N_2}{N_1}$$

となる。

原則 3. 運動の方程式と重力 → [2] に利用

一般に、質量 m の物体に力 F が加わるとき、次式のように、物体は加速度 a の等加速度運動をする。

$$ma = F$$

なお、質量 m の物体が速さ v (角振動数 ω)、半径 r の円運動をするとき、その運動方程式は次式で表される。

$$m \frac{v^2}{r} = F \quad (mr\omega^2 = F)$$

なお、円運動の周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

となる。

また、一般に質量 m の物体には鉛直下向きに大きさ mg (g は重力加速度) の重力がはたらく。よって、例えば、鉛直下向きに重力以外の力 F が加わっている物体の運動方程式は、次式のようになる。

$$ma = mg + F$$

原則 4. 熱機関と熱効率 → [3] に利用

一般に、熱機関とは、熱を仕事に変換する装置のことである。熱機関が熱量 Q を吸収して仕事 W を行うとき、 $\frac{W}{Q}$ を熱効率と言う。ただし、熱力学第 2 法則により $W < Q$ である

から、熱効率 $\frac{W}{Q}$ は 1 未満である。

原則 5. ドップラー効果の公式 → [4] に利用

音源だけが移動し、観測者が静止している場合、観測者が聞く音の振動数 f は、次式で表される。ただし、 f_0 は音源の振動数、 V は音波の伝わる速さ、 u は音源の移動速度 (注 1) である。

$$f = \frac{V}{V-u} f_0$$

また、音源と観測者がともに移動している場合、観測者が聞く音の振動数 f は、次式で表される。ただし、 f_0 は音源の振動数、 V は音波の伝わる速さ、 u_1 は音源の移動速度 (注 1)、 u_2 は観測者の移動速度 (注 1) である。

$$f = \frac{V-u_2}{V-u_1} f_0$$

(注 1) 移動速度の符号は、移動の向きが音波の伝わる向きと同じ場合を正、逆の場合を負とする。

原則 6. うなりの回数と周期 → [4] に利用

わずかに異なる振動数 f_1 と f_2 の 2 つの音を同時に聞くと、うなり (音量のゆれ) も聞こえ、うなりの 1 秒間あたりの回数 n (うなりの周期 T) は、次式で表される。

$$n = |f_1 - f_2| \quad \left(T = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \right)$$

[1]

【方針】

「コイルに流れる電流が変化するとき、その変化を打ち消す向きにコイルに (①) が生じる」という文言より、①は「誘導起電力」と気づく。この点を最初の手掛かりとして、「原則 1. ファラデーの電磁誘導の法則」や「原則 2. 相互誘導について」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

(①・②・③・④)

「原則 1. ファラデーの電磁誘導の法則」や「原則 2. 相互誘導について」より、解答は、①：誘導起電力、②：自己誘導、③：磁束、④：相互誘導である。

(⑤)

変圧器のコイル 1、2 の巻き数と交流電圧の実効値を、それぞれ N_1 、 N_2 と V_1 [V]、 V_2 [V] とおくと、次式のようになる。

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \therefore V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \frac{100}{1000} \times 100 = 10 \text{ [V]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

[2]

【方針】

「等速で T 秒間に 1 回転している」という文言より、回転数は T の逆数になると気づく。この点を最初の手掛かりとして、「原則 3. 運動の方程式と重力」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】 (※ ⑨・⑩は、採点対象外となったため、省略)

(⑥・⑦)

T 秒間で 1 回転するから、回転数は $\frac{1}{T}$ [Hz] $\cdots \cdots (\text{答})$ である。また、円周の長さが $2\pi R$ [m] で、(速さ) = (円周の長さ) × (回転数) であるから、速さは $\frac{2\pi R}{T}$ [m/s] $\cdots \cdots (\text{答})$ となる。

(⑧)

円運動の角速度（角振動数）を ω [rad/s] とおくと、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ であるから、小球へ働く向心力の大きさ F [N] は、

$$F = MR\omega^2 = MR\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \text{ [N]} \dots\dots(\text{答})$$

となる。

[3]

【方針】

問題文より、熱機関や熱効率などに関する知識問題であると気づく。したがって、「原則 4. 熱機関と熱効率」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】

「原則 4. 熱機関と熱効率」の知識などより、解答は、⑪：熱機関、⑫： $Q - W$ 、⑬： $\frac{W}{Q}$ 、⑭：熱力学第 2 法則、⑮：不可逆である。

[4]

【方針】

問題文の記述内容より、本問の前半はドップラー効果、後半はうなりに関する設問であることに気づく。この点を踏まえて、「原則 5. ドップラー効果の公式」や「原則 6. うなりの回数と周期」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

⑯：340 ⑰：ドップラー ⑱：うなり ⑲：2 ⑳：0.5

【解説】

(⑯)

観測者が静止していて音源だけが近づいてくる場合、観測者が聞く音の振動数 f [Hz] は、ドップラー効果の式より、

$$f = \frac{340}{340-2} \times 338 = 340 \text{ [Hz]} \dots\dots(\text{答})$$

となる。

(⑰・⑱)

「原則 5. ドップラー効果の公式」や「原則 6. うなりの回数と周期」より、解答は、⑰：ドップラー、⑱：うなり である。

(⑲)

1 秒間あたりのうなりの回数 n [回/s] は、

$$n = |340 - 338| = 2 \text{ [回/s]} \dots\dots(\text{答})$$

となる。

(⑳)

うなりの周期 T' [s] は、

$$T' = \frac{1}{n} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ [s]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

となる。

2

原則 3. 運動の方程式と重力 (前述) → [4]・[5] に利用

原則 7. 等加速度運動の公式 → [1] ～ [3]・[5] に利用

物体の初速度と加速度が、それぞれ v_0 [m/s]、 a [m/s²] であるとき、時間 t [s] における速度 v [m/s]、変位 s [m] に関して、以下の各式が成り立つ。

$$\begin{aligned}v &= v_0 + at \\s &= v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\v^2 - v_0^2 &= 2as\end{aligned}$$

[1]・[2]

【方針】

問題文と図 1 より、物体 A は液中では浮力により上昇し、空気中では重力により下降することに気づく。この点を踏まえて、「原則 7. 等加速度運動の公式」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

[1]

与えられた $v-t$ グラフより、物体 A は液中の深さ H [m] の場所から一定の加速度で上昇して、液面で最高速度の $\sqrt{gH}$ [m/s] となり、空気中へ飛び出す。続いて空気中では、重力によって $-g$ [m/s²] の等加速度直線運動をし、最高点に到達したときに速度が 0 m/s となって下降に転じ、再び液面を通過するときは、最大の速さ $\sqrt{gH}$ [m/s] (速度の向きは負の向き) となり、液中に入る。この運動を物体 A は繰り返す。よって、物体 A が液面を通過する時刻は、

$$t = 2\sqrt{\frac{H}{g}} \text{ [s] } , 4\sqrt{\frac{H}{g}} \text{ [s] } , 6\sqrt{\frac{H}{g}} \text{ [s] } , 8\sqrt{\frac{H}{g}} \text{ [s] } , 10\sqrt{\frac{H}{g}} \text{ [s] } \cdots \cdots (\text{答})$$

である。

[2]

$v-t$ グラフより、物体 A の加速度は液中では正である。求める加速度の大きさを a [m/s²] とおくと、 $v-t$ グラフの正の傾きの部分より、次式のようになる。

$$a = \frac{\sqrt{gH}}{2\sqrt{\frac{H}{g}}} = \frac{1}{2}g \text{ [m/s}^2\text{]} \cdots \cdots (\text{答})$$

また、加速度の向きは、鉛直上向きとなる。……(答)

$v-t$ グラフの傾きが加速度を表し、この傾きが正のときは物体 A が液中にあり、傾きが負のときは物体 A が空気中にあることに注意する。

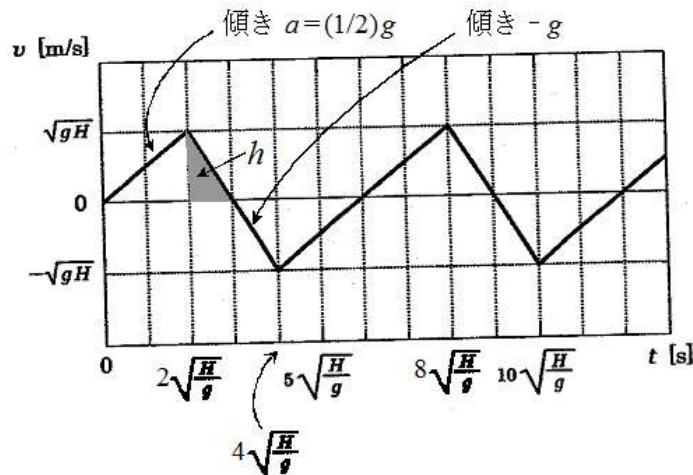
[3]・[4]

【方針】

問題文と図 1 より、物体 A が最高点に達したとき、速さは 0、加速度は負 ($-g$) であることに気づく。この点に着目して、「原則 7. 等加速度運動の公式」や「原則 3. 運動の方程式と重力」の知識などを利用して順に解いてゆく。

【解説】

[3]



(図は問題に掲載されている図 1 に加筆して作成)

求める高さを h [m] とおく。物体 A は $t = 2\sqrt{\frac{H}{g}}$ [s] の時刻に液面に到達して、最高点に達したときに $v = 0$ [m/s] となるから、上図の灰色部分の面積が空中における移動距離 h [m] を表す。したがって、この三角形の面積から、

$$h = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{H}{g}} \cdot \sqrt{gH} = \frac{1}{2} H \text{ [m]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

となる。

$v-t$ グラフと直線 $v = 0$ の間の面積は、 $v > 0$ の領域中では正の向きの移動距離に相当し、 $v < 0$ の領域中では負の向きの移動距離に相当する。よって、 $t = 2\sqrt{\frac{H}{g}}$ [s] から

$t = 3\sqrt{\frac{H}{g}}$ [s] までの期間、および $t = 3\sqrt{\frac{H}{g}}$ [s] から $t = 4\sqrt{\frac{H}{g}}$ [s] までの期間における $v-t$ グラフと直線 $v = 0$ の間の面積は、いずれも液面から最高点までの移動距離 h [m] を表す。

[4]

求める浮力の大きさを F [N] とおく。物体 A の質量が ρV [kg]、物体 A に働く重力の大きさが $\rho V g$ [N] であるから、物体 A の液中での運動方程式は、正の向きを鉛直上向きとすると、

$$\rho V a = F - \rho V g$$

となる。これを解くと、

$$F = \rho V (g + a) = \rho V \left(g + \frac{1}{2} g \right) = \frac{3}{2} \rho V g \text{ [N]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

と求まる。

〔5〕

【方針】

「液体の密度を 2 倍にして同じ実験を行った」との文言より、前問までと比べて液中の加速度（浮力）が大きくなっているの、〔4〕の結果などを用いて液中の加速度を求める必要があることに気づく。この点を踏まえて、「原則 3．運動の方程式と重力」や「原則 7．等加速度運動の公式」の知識を利用して解く。

【解説】

最初の液体の密度を $\rho_0 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ とおくと、〔4〕で得られた浮力の大きさから、 $\rho_0 = \frac{3}{2} \rho$ となる。したがって、密度をこの 2 倍にした液体の密度 $\rho_0' \text{ [kg/m}^3\text{]}$ は、

$$\rho_0' = 2\rho_0 = 3\rho \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

となる。液中における物体 A の加速度を $a' \text{ [m/s}^2\text{]}$ とおくと、運動方程式は

$$\rho V a' = \rho_0' V g - \rho V g = 3\rho V g - \rho V g = 2\rho V g$$

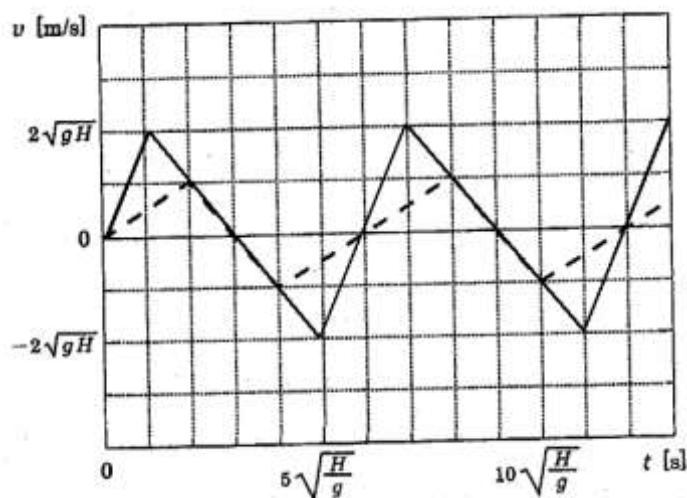
となる。ゆえに、これより

$$a' = 2g (= 4a)$$

となる。したがって、液中における $v-t$ グラフの傾きは、最初の 4 倍になる。よって、物体 A が液面に到達したときの速さを $v_0' \text{ [m/s]}$ とおくと、次式のようになる。

$$v_0'^2 - 0^2 = 2a'H = 2 \cdot 2g \cdot H \quad \therefore v_0' = 2\sqrt{gH} \text{ [m/s]}$$

また、空気中における加速度は $-g \text{ [m/s}^2\text{]}$ で、最初と同じである。よって、求めるグラフは、以下のようになる。



.....(答)

(図は問題に掲載されている解答欄に加筆して作成)

3

原則 8. キルヒホッフの第 2 法則 → [1] に利用

電気回路の中の任意の一回りの閉じた経路において、電圧の向きを経路の周回の向きと同じにしたとき、その経路を構成する各素子の電位差 V_i の総和は、次式のように 0 となる。

$$\sum_{i=1}^N V_i = 0$$

原則 9. コンデンサーの電気量と静電エネルギー → [1] に利用

電気容量 C [F] のコンデンサーにかかる電圧が V [V] であるとき、このコンデンサーには次の 2 式で表される電気量 Q [C] および静電エネルギー U [J] が蓄えられている。

$$Q = CV \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

式①より、式②は以下のようにも表せる。

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2}{2C} \cdots \cdots \textcircled{3}$$

原則 10. コンデンサーの電気容量と電場の強さ → [2]・[3] に利用

コンデンサー（平行板コンデンサー）の電気容量 C [F] は、次式により求められる。

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

ただし、 ϵ_r は比誘電率、 ϵ_0 [F/m] は真空の誘電率（ $= 8.85 \times 10^{-12}$ [F/m]）、 S [m²] は極板面積、 d [m] は極板間隔である。なお、極板間隔 d [m] のコンデンサーにかかる電圧が V [V] であるとき、このコンデンサーの極板間の電場の強さ E [V/m] は、

$$E = \frac{V}{d}$$

となる。また、このコンデンサーの極板間に電気量 Q [C] の荷電粒子が存在するとき、この荷電粒子が電場から受ける力 F [N] は、

$$F = QE = \frac{QV}{d}$$

となる。

原則 11. 仕事の公式 → [4]・[5] に利用

物体に力 F [N] をかけて距離 s [m] 移動したとき、 F と s のなす角が θ であるなら、力 F がする仕事 W [J] は、次式で表される。

$$W = Fs \cos \theta$$

・ F と s が同じ向き（ $\theta = 0^\circ$ ）の場合、 $W = Fs$ となる。

・ F と s が逆向き（ $\theta = 180^\circ$ ）の場合、 $W = -Fs$ となる。

・ F と s のなす角が直角（ $\theta = 90^\circ$ ）の場合、 $W = 0$ となる。

なお、速さ v [m/s] で運動する質量 m [kg] の物体が仕事 W [J] をなした後に静止したとき、物体のもつ運動エネルギーが仕事に変換されたことになるから、エネルギー保存の法則により、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}mv^2 = W$$

〔1〕

【方針】

「最初、コンデンサーの各極板に蓄えられている電荷はゼロであった」という文言より、 $t = 0$ 秒では、極板 a に蓄えられる電荷はゼロで、コンデンサー C にかかる電圧もゼロであることがわかる。この点を踏まえて、「原則 8．キルヒホッフの第 2 法則」や「原則 9．コンデンサーの電気量と静電エネルギー」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

キルヒホッフの第 2 法則より、時刻 t [s] における抵抗 R に流れる電流 I [A] と極板 b に蓄えられる電荷 q [C] について、次式が成り立つ。

$$V = RI + \frac{q}{C} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$t = 0$ [s] において $q = 0$ [C] であるから、①式より、

$$V = RI \quad \therefore I = \frac{V}{R} \text{ [A]}$$

となる。

また、十分に時間が経つと $I = 0$ [A] になるから、①式より、

$$V = \frac{q}{C} \quad \therefore q = CV \text{ [C]}$$

となる。

極板 a に蓄えられる電荷を q' [C] とおくと、 q' は極板 b に蓄えられる電荷 q とは逆符号であるから、

$$q' = -q = -CV \text{ [C]}$$

となる。

極板 b は電池の正極側につながっているから、極板 b の電位を V_b [V] とおくと、 V_b は常に V [V] となる。

また、抵抗 R に流れる電流のグラフは (サ)、極板 a に蓄えられる電荷のグラフは (シ)、極板 b の電位のグラフは (ス) であるとわかる。

以上より、解答は、以下のようになる。

(抵抗 R に流れる電流)

グラフ : (サ) $\cdots \cdots$ (答)

$t = 0$ 秒での値 : $\frac{V}{R}$ [A] $\cdots \cdots$ (答)

十分時間が経過した後の値 : 0 A $\cdots \cdots$ (答)

(極板 a に蓄えられる電荷)

グラフ : (シ) ……(答)

$t = 0$ 秒での値 : 0 C ……(答)

十分時間が経過した後の値 : $-CV \text{ [C]}$ ……(答)

(極板 b の電位)

グラフ : (ス) ……(答)

$t = 0$ 秒での値 : $V \text{ [V]}$ ……(答)

十分時間が経過した後の値 : $V \text{ [V]}$ ……(答)

[2] ~ [5]

【方針】

「極板 $a-b$ 間の電場は一様とする」という文言より、極板 $a-b$ 間のどの位置においても電場の強さは一定値であることに気づく。この点を最初の手掛かりとして、「原則 1 0. コンデンサーの電気容量と電場の強さ」や「原則 1 1. 仕事の公式」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

[2]

極板 $a-b$ 間の電場の大きさを $E \text{ [V/m]}$ とおくと、極板間の電場は一様であるから、位置 A における電場の大きさも $E \text{ [V/m]}$ となる。よって、

$$E = \frac{V}{d} \text{ [V/m]} \dots\dots(\text{答})$$

となる。また、電場の向きは、 $b \rightarrow a$ の向きとなる。……(答)

一般に、厚さが $d \text{ [m]}$ の平行板コンデンサーにおける極板間の電位差 $V \text{ [V]}$ と電場の大きさ $E \text{ [V/m]}$ の間の関係は、 $V = Ed$ である。

[3]

電荷 $+Q \text{ [C]}$ の荷電粒子が位置 A において電場より受ける力の大きさを $F \text{ [N]}$ とおくと、

$$F = QE = \frac{QV}{d} \text{ [N]} \dots\dots(\text{答})$$

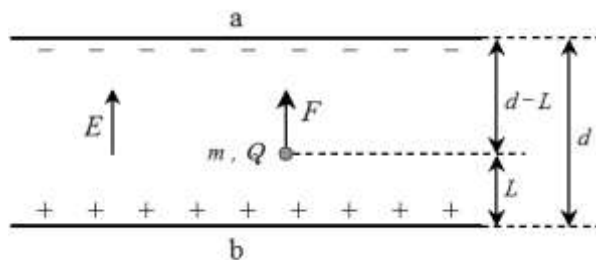
となる。また、この力の向きは、電場の向きと等しいので、 $b \rightarrow a$ の向きとなる。……(答)

一般に、電場ベクトルを $\vec{E}$ とおくと、この電場から電荷 $Q \text{ [C]}$ の荷電粒子が受ける力のベクトル $\vec{F}$ は、次式で表される。

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

したがって、 $Q > 0$ の場合、 $\vec{F}$ と $\vec{E}$ の向きは一致する。

[4]



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

荷電粒子は位置 A より極板 a へ移動して衝突する(上図参照)。この移動距離は $d - L$ [m] である。よって、荷電粒子に電場がした仕事 W [J] は

$$W = F(d - L) = \frac{QV(d-L)}{d} \text{ [J]} \dots\dots(\text{答})$$

となる。

一般に、荷電粒子にかかる力 F [N] の向きは荷電粒子の移動の向きに等しいから、荷電粒子に電場がする仕事 W [J] は正となり、移動距離を x [m] とおくと

$$W = Fx$$

と表せる。

〔5〕

極板 a に衝突する直前における荷電粒子の速さを v [m/s] とおくと、荷電粒子の運動エネルギーは、この仕事の分だけ変化するから、極板 a に衝突する直前における速さを v [m/s] とおくと、

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m \cdot 0^2 = W$$

が成り立つ。よって、〔4〕の解答の $W = \frac{QV(d-L)}{d}$ [J] を代入すると、

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{QV(d-L)}{d} \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2QV(d-L)}{md}} \text{ [m/s]} \dots\dots(\text{答})$$

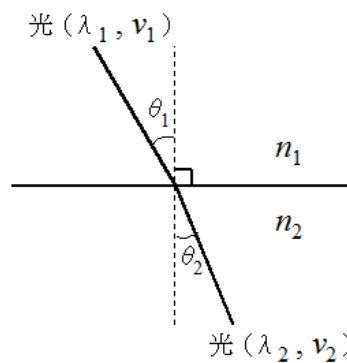
となる。

4

原則 1 2. 屈折の法則 → [1] ～ [3] に利用

屈折率 n_1 の媒質中および屈折率 n_2 の媒体中を光が進行する場合、その境界面で光は屈折する。このとき、境界面と垂直な面と屈折率 n_1 (n_2) の媒質中の光の進行経路がなす角を θ_1 (θ_2)、屈折率 n_1 (n_2) の媒質中の光の速さと波長をそれぞれ v_1 (v_2) と λ_1 (λ_2) とすると、次式で表される屈折の法則が成り立つ。

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

[1]・[2]

【方針】

問題文より、音については「空気中の音速」<「水中の音速」であり、光については「空気の絶対屈折率」<「水の絶対屈折率」であることに気づく。この点を踏まえて、「原則 1 2. 屈折の法則」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

[1]

音については、空気中の波長を λ_1 [m]、音速を V_1 [m/s]、水中の波長を λ_2 [m]、音速を V_2 [m/s] とし、空気から水への境界における入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 とおくと、屈折の法則より、次式が成り立つ。

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \dots\dots\dots ①$$

また、 $V_1 = 340$ [m/s] で $V_2 = 1500$ [m/s] であるから、 $V_1 < V_2$ である。よって、①式より、

$$\sin \theta_1 < \sin \theta_2 \quad \therefore \theta_1 < \theta_2 \quad \dots\dots\dots ②$$

$$\lambda_1 < \lambda_2 \quad \dots\dots\dots ③$$

となるから、音の平面波が進む様子は、②と③の条件を満足する (か) である。

光については、空気、水の絶対屈折率をそれぞれ n_1 、 n_2 、空气中、水中の波長をそれぞれ λ_1' [m]、 λ_2' [m] とし、空気から水への境界における入射角を θ_1' 、屈折角を θ_2' とおくと、屈折の法則より、次式が成り立つ。

$$\frac{\sin \theta_1'}{\sin \theta_2'} = \frac{\lambda_1'}{\lambda_2'} = \frac{n_2}{n_1} \dots\dots ④$$

$n_1 = 1.00$ で $n_2 = 1.33$ であるから、 $n_1 < n_2$ である。よって、④式より、

$$\sin \theta_1' > \sin \theta_2' \quad \therefore \theta_1' > \theta_2' \dots\dots ⑤$$

$$\lambda_1' > \lambda_2' \dots\dots ⑥$$

となるから、光の平面波が進む様子は、⑤と⑥の条件を満足する（く）である。

以上より、解答は、音の場合：（か）、光の場合：（く）である。

〔2〕

音については、球面波が進む様子は、②式の $\theta_1 < \theta_2$ を満足する（す）である。

光については、球面波が進む様子は、⑤式の $\theta_1' > \theta_2'$ を満足する（ち）である。

よって、解答は、音の場合：（す）、光の場合：（ち）である。

〔3〕

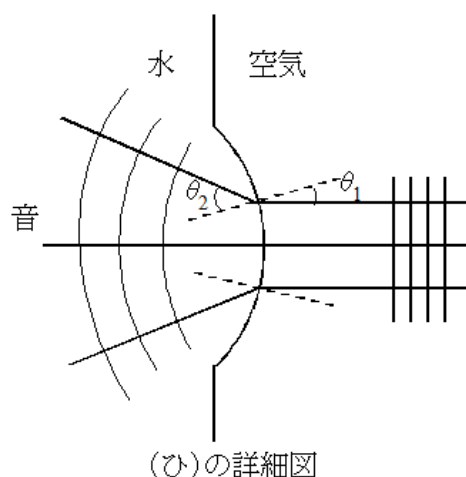
【方針】

前問までと同様、音については $\theta_1 < \theta_2$ 、光については $\theta_1' > \theta_2'$ が成り立つから、これらの条件に適合するものを選べばよいことに気づく。この点を踏まえて、「原則 1 2．屈折の法則」の知識を利用して図を描きながら順に解いてゆく。

【解説】

各場合について、波の進行方向と波面は常に垂直になることに注意して図を描いて考える。

1)・4)：

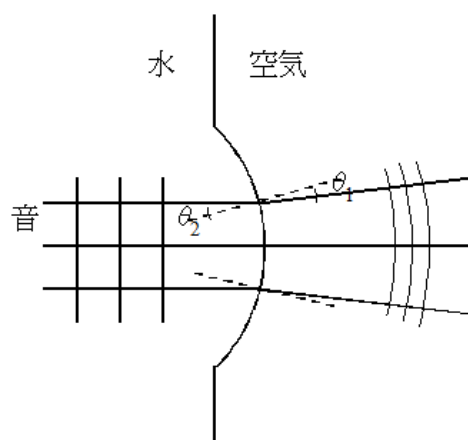


(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

まず、1) の場合は $\theta_1 < \theta_2$ であるので、波面の様子は (ひ) のようになるとわかる（上図参照）。また、波の進行を逆向きにしても同じ経過をたどる、と言う逆進の原理を用いると、

4) の場合の波面の様子も (ひ) のようになる。

2)・3) :

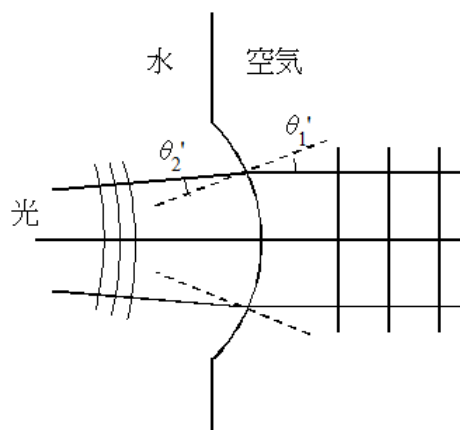


(み)の詳細図

(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

上記の 1)・4) と同じ様にして考えると、2) の場合の波面の様子と 3) の場合の波面の様子は同じになり、いずれも (み) のようになる (上図参照)。

5)・8) :

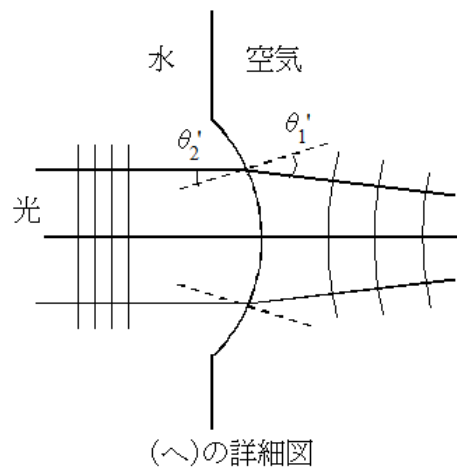


(ぬ)の詳細図

(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

まず、5) の場合は $\theta_1' > \theta_2'$ であるので、波面の様子は (ぬ) のようになるとわかる (上図参照)。また、音の場合と同様にして、逆進の原理を用いると、8) の場合の波面の様子も (ぬ) のようになる。

6)・7) :



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

上記の 5)・8) と同じ様にして考えると、6) の場合の波面の様子と 7) の場合の波面の様子は同じになり、いずれも (へ) のようになる (上図参照)。

以上より、解答は、1)－(ひ) 、2)－(み) 、3)－(み) 、4)－(ひ) 、5)－(ぬ) 、6)－(へ) 、7)－(へ) 、8)－(ぬ) である。

5

原則 1 3. 気体の状態方程式と各法則 → [1]・[3]・[6] に利用

一般に、体積 V [m³]、圧力 P [Pa]、温度 T [K]、物質量 n [mol] の気体においては、次式で表される気体の状態方程式が成り立つ。

$$PV = nRT \dots\dots①$$

なお、 R は気体定数と呼ばれるもので、 $R \equiv 8.31$ [J/(mol・K)] である。

また、気体の状態方程式より、標準状態 (0℃、 1.01×10^5 Pa) での気体 1 mol の占める体積は、気体の種類によらず 22.4 L となる。

ところで、物質量が一定であれば、気体の状態方程式 (①式) より、次式で表されるボイル・シャルルの法則が導かれる。

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \dots\dots②$$

また、温度一定の条件下では、②式より、次式で表されるボイルの法則が導かれる。

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \dots\dots③$$

同様に、圧力一定の条件下では、②式より、次式で表されるシャルルの法則が導かれる。

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \dots\dots④$$

なお、断熱変化においては、圧力、体積について、次の関係式が成り立つ (ただし、自由膨張の場合、次式は成り立たない)。

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad (\gamma = \frac{C_p}{C_v} : \text{比熱比}) \dots\dots⑤$$

原則 1 4. 熱力学第 1 法則とモル比熱 → [2]・[5] に利用

気体に与えた熱量 Q は、気体の内部エネルギーの増加量 ΔU と、気体が外部にした仕事 W の和に等しい。すなわち、次式が成り立つ。

$$Q = \Delta U + W \dots\dots①$$

なお、単原子分子気体の内部エネルギー U は次式で表される。ここで、 n は物質量、 R は気体定数、 T は温度である。

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

また、気体が外部にした仕事 W は次式で表される。ここで、 p は圧力、 ΔV は体積の増加量である。

$$W = p\Delta V$$

ところで、単原子分子気体の定圧変化では、 $W = nR\Delta T$ となるので、式①は次式のように変形できる。なお、 $C_p = \frac{5}{2}R$ を定圧モル比熱と言う。

$$Q = \Delta U + nR\Delta T = \frac{3}{2} nR\Delta T + nR\Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T = nC_p\Delta T$$

また、単原子分子気体の定積変化では、 $W = 0$ となるので、式①は次式のように変形できる。なお、 $C_V = \frac{3}{2}R$ を定積モル比熱と言う。

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = nC_V\Delta T$$

〔1〕～〔3〕

【方針】

「容器も管も断熱材でつくられており外部との熱の出入りはできない」という文言より、容器内の気体は断熱されていることがわかる。この点を踏まえて、「原則 1 3. 気体の状態方程式と各法則」や「原則 1 4. 熱力学第 1 法則とモル比熱」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

〔1〕

容器 A 内にある気体の圧力を p_A [Pa] とおくと、理想気体の状態方程式より、次式のようなになる。

$$p_A V = 1 \cdot RT \quad \therefore p_A = \frac{RT}{V} \text{ [Pa] } \cdots \cdots (\text{答})$$

〔2〕

容器は断熱されていて、気体は外部に対して仕事もしないから、コックを開く前と後において気体の内部エネルギーの和は変わらない。よって、コックを開いた後における容器 A、B の内部にある気体の温度を T' [K] とおくと、次式のようなになる。

$$\frac{3}{2} \cdot 1 \cdot RT + \frac{3}{2} \cdot 2R \cdot 2T = \frac{3}{2}(1+2)RT' \quad \therefore T' = \frac{5}{3}T \text{ [K] } \cdots \cdots (\text{答})$$

一般に、断熱された状態での気体の混合においては、内部エネルギーの和は変わらない。また、絶対温度 T [K]、物質量 n [mol] の単原子分子理想気体における内部エネルギー U [J] は、次式で表される。

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

〔3〕

容器 A、B の内部の気体の圧力を p' [Pa] とおくと、理想気体の状態方程式より、次式のようなになる。

$$p' \cdot 2V = 3RT' \quad \therefore p' = \frac{3RT'}{2V} = \frac{3R}{2V} \cdot \frac{5}{3}T = \frac{5RT}{2V} \text{ [Pa] } \cdots \cdots (\text{答})$$

〔4〕～〔6〕

【方針】

問題文より、再びコックを開いたとき、容器 A 内の気体が真空の容器 B 内へ流れ込むが、これは気体の自由膨張であるから仕事をしていないことに気づく。この点を踏まえて、「原則 1 3. 気体の状態方程式と各法則」や「原則 1 4. 熱力学第 1 法則とモル比熱」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解説】

〔4〕

真空中への気体の拡散においては、気体は外部に対して仕事をしない。よって、容器 A の内部の気体がした仕事を W [J] とおくと、

$$W = 0 \text{ [J]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

となる。

〔5〕

容器は断熱されているから、この間における気体が吸収した熱量を Q [J] とおくと、 $Q = 0$ [J] である。したがって、熱力学第 1 法則より、気体の内部エネルギーの変化 ΔU [J] は、

$$Q = \Delta U + W \quad \therefore \Delta U = 0 \text{ [J]}$$

となり、内部エネルギーが変化しないから、温度も変化しない。ゆえに、

$$T' = \frac{5}{3}T \text{ [K]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

となる。

一般に、断熱された状態における理想気体の自由膨張の場合、気体は仕事をせず、熱をやり取りすることもしない。よって、内部エネルギーが変わらないので、温度も変化しない。

〔6〕

気体の圧力を p'' [Pa] とおくと、気体の物質量が 1.5 mol で、体積が $2V \text{ [m}^3\text{]}$ になるから、理想気体の状態方程式より、次式のようになる。

$$p'' \cdot 2V = 1.5RT' \quad \therefore p'' = \frac{3RT'}{4V} = \frac{3R}{4V} \cdot \frac{5}{3}T = \frac{5RT}{4V} \text{ [Pa]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$