

数学III 基礎問題精講 解説

P76 | 必修基礎問44

- ・「数学的帰納法」を使うときは、無理やり式変形をし、目的の形にもっていく【(1)(ii)に対応】

右ページの1行目について。ここでは何をしているのでしょうか？

<解説抜粋>

.....

両辺に2をかけて、 $2^{k+1} > 2k$

ここで、 $2k - (k+1) = k - 1 \geq 0$ ($k \geq 1$ より)

$\therefore 2^{k+1} > 2k \geq k+1$ すなわち、 $2^{k+1} > k+1$

.....

そもそも「数学的帰納法」を使っているので、最終的に導出したい式は決まっています。それは

$$2^{k+1} > k+1$$

です。しかし、最初に両辺に2をかけて出てきた式は

$$2^{k+1} > 2k$$

だったので、これを無理やり、先ほどの式に変形しないといけません。

ということは、 $2k$ と $k+1$ を比較して、 $2k$ の方が大きいことを示せたらいいですね。

なので解説では、 $2k - (k+1)$ を計算し、 $2k - (k+1) \geq 0 \therefore 2k \geq k+1$ を示しているのです。

このように、数学的帰納法では最終的に導出したい式を無理やり導出することがあります（多いです）。そして、どうしてそのような式変形になるかを知らうとすると、自分が数学的帰納法を使って式変形していくときの勉強にもなるので、自分の頭で「なんでこの式変形をしているのだろう？」とまずは考える癖をつけましょう。
