

Q.(標準問題精講 I A 例題 66)

解説の補助をお願いします。

A.

[回答者の頭のなか]

このような最短経路の問題で通れない部分があるならば通れない部分以外で考えなければならない。ここで考えるのは通れない部分を通る選択肢を全体から引くか、通れる部分を足し合わせていくかの 2 択である。経路つまり、マス目が多い程前者の方が早く解き終わる。また、最短経路の問題で注目できるのは必ず、斜め一列の点は必ず最短経路で進んだ区画が同じであるということ。テキスト p151 の L' と M、N は斜めで、C から 3 区画進んでいるということである。つまり斜めの一列のどこかに必ず到達することである。よって斜めの点の個々を通る確率を全て足せば 1 になるということである。

これを使うと最短経路の問題は容易に解ける。

補足だが、最短経路の問題は→と↑の並び替えの問題と考えれば良い。

[解説]

(1)前者を使う。A から C までの最短経路の数をまず求める。C から B までの最短経路については、通れない部分を考えて ${}_{10}C_5=252$ 通りである。ちょうど通れない点が斜めに 2 点あるので、その 2 点を通る確率をバラバラに求め足すと ${}_4C_2 \times {}_6C_3 + {}_4C_1 \times {}_6C_2=180$ 通りよって $252-180=72$ より 72 通りが通れない部分を引いた場合の数である。よって $72 \times 3=216$ 通りとなる。

(2)(1)と同様に全体から通れない部分を引くのだが、そこから C を通る(1)の場合の数を引けば答えが出る。A から B への全体的場合の数は ${}_{13}C_6=1716$ 通り、(1)同様通れない部分を足し加えると、 ${}_7C_3 \times {}_6C_3 + {}_7C_2 \times {}_6C_2=1015$ 通り $1716-1015-216=485$ 通りとなる。