

東医 2015 物理
略解

1 ⑤

2 問 1.④ 問 2.③

3 問 1.⑥ 問 2.③

4 問 1.⑤ 問 2.①

5 ⑥

6 問 1.③ 問 2.⑥

7 問 1.① 問 2.⑤ 問 3.⑤ 問 4.② 問 5.① 問 6.④

8 ②

9 問 1.② 問 2.③ 問 3.④

第1問

原則1. 重心の公式 → 第1問に利用

x 軸上の座標 x_1 と x_2 の位置に、質量 m_1 と m_2 の物体がそれぞれ存在しているとき、この2つの物体の重心の座標 x_G は、次式で表される。

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

【方針】

円板の中心と重心は一致するので、図1における半径 r と半径 $\frac{2}{3}r$ の円板の重心の座標は、それぞれ $(r, 0)$ と $(\frac{2}{3}r, 0)$ であることに気づく。この点を踏まえて、「原則1. 重心の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

⑤

【解説】

半径 r の円板の質量を m とおくと、半径 $\frac{2}{3}r$ の円板の質量は

$$m \times \frac{(\frac{2}{3}r)^2}{r^2} = \frac{4}{9}m$$

となる。よって、半径 $\frac{2}{3}r$ の円板を切り取った後の残りの部分の質量は $\frac{5}{9}m$ となる。また、この部分の重心の x 座標が求めるものなので、これを x_G とおく。すると、重心が $(x_G, 0)$ にある質量 $\frac{5}{9}m$ の部分と重心が $(\frac{2}{3}r, 0)$ にある質量 $\frac{4}{9}m$ の円板を合体したものは、もとの円板と同じものなので、その重心は $(r, 0)$ となる。したがって、重心の公式より、次式が成り立つ。

$$r = \frac{\frac{5}{9}m \times x_G + \frac{4}{9}m \times \frac{2}{3}r}{\frac{5}{9}m + \frac{4}{9}m} \quad \rightarrow \quad 9r = 5x_G + \frac{8}{3}r$$

これを解くと、

$$x_G = \frac{19}{15}r$$

と求まる。

第2問

原則2. 重力による運動の公式 → 問1・問2に利用

物体の水平方向 (x 方向)、鉛直方向 (y 方向) の初速度が、それぞれ v_{0x} [m/s]、 v_{0y} [m/s] であるとき、時間 t [s] における水平方向、鉛直方向の各変位 x [m]、 y [m] は、以下の各式で表される。なお、 g は重力加速度 ($g = 9.8$ [m/s²]) である。

$$x = v_{0x}t$$
$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

問1

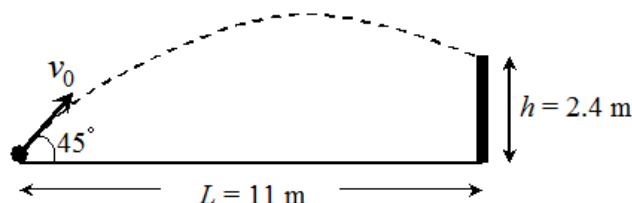
【方針】

角度は 45° と決まっているので、最大の初速度はゴールの上端に達するような初速度であると気づく。この点を踏まえて、「原則2. 重力による運動の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

④

【解説】



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

ノーバウンドでボールがゴールの上端に達するとき、蹴り出したボールの速さは最大になる。ゴールまでの距離を L [m]、ゴールの高さを h [m]、ボールを蹴ってからゴールに達するまでの時間を t [s]、求めるボールの速さを v_0 [m/s] とおくと、まず、水平方向の運動について、次式が成り立つ。

$$\frac{v_0}{\sqrt{2}}t = L \quad \therefore t = \frac{\sqrt{2}L}{v_0} \dots\dots(1)$$

また、鉛直方向の運動については、次式が成り立つ。

$$h = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t - \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots(2)$$

よって、式(1) を式(2) に代入すると、次式を得る。

$$h = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}L}{v_0} - \frac{1}{2}g \left(\frac{\sqrt{2}L}{v_0} \right)^2 = L - \frac{gL^2}{v_0^2} \quad \therefore v_0^2 = \frac{gL^2}{L-h} \dots\dots(3)$$

したがって、 $h = 2.4$ [m]、 $L = 11$ [m]、 $g = 9.80$ [m/s²] を式(3) に代入すると、

$$v_0^2 = \frac{9.80 \times 11^2}{11 - 2.4} = \frac{9.80 \times 121}{8.6} \approx 137.8$$

となり、

$$v_0 = 11.74 \approx 11.7 \text{ [m/s]}$$

と求まる。

問2

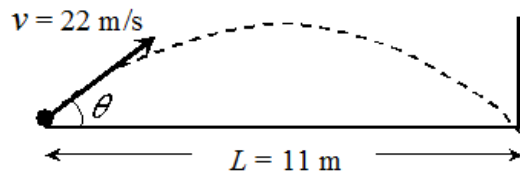
【方針】

初速度の大きさは 22 [m/s] と決まっているので、最小の角度はゴールの下端に達するような角度であると気づく。この点を踏まえて、「原則2. 重力による運動の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

③

【解説】



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

ゴールの最下端にノーバウンドで達するとき、 θ は最小となる。ボールを蹴りだしたときの速さを v [m/s]、ゴールに達するまでの時間を t [s]、求める角度を θ [°] とおくと、まず、水平方向の運動について、次式が成り立つ。

$$v \cos \theta \cdot t = L \quad \therefore t = \frac{L}{v \cos \theta} \dots\dots(4)$$

また、鉛直方向の運動については、次式が成り立つ。

$$0 = v \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \therefore t = \frac{2v \sin \theta}{g} \dots\dots(5)$$

よって、式(4)=式(5)より、次式を得る。

$$\frac{L}{v \cos \theta} = \frac{2v \sin \theta}{g}$$

$$\therefore \frac{gL}{v^2} = 2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta \dots\dots(6)$$

したがって、 $L = 11$ [m]、 $v = 22$ [m/s]、 $g = 9.80$ [m/s²] を式(6) に代入すると、

$$\sin 2\theta = \frac{9.80 \times 11}{22^2} = 0.2227$$

となる。問題冊子添付の三角関数表より、 $2\theta \approx 13$ [°] となるから、 $\theta = 6.5 \approx 7.0$ [°] と求まる。

第3問

原則3. 運動の方程式と重力 → 問1に利用

一般に、質量 m の物体に力 F が加わるとき、次式のように、物体は加速度 a の等加速度運動をする。

$$ma = F$$

なお、質量 m の物体が速さ v (角振動数 ω)、半径 r の円運動をするとき、その運動方程式は次式で表される。

$$m \frac{v^2}{r} = F \quad (mr\omega^2 = F)$$

また、一般に質量 m の物体には鉛直下向きに大きさ mg (g は重力加速度) の重力がはたらく。よって、例えば、鉛直下向きに重力以外の力 F が加わっている物体の運動方程式は、次式のようなになる。

$$ma = mg + F$$

問1

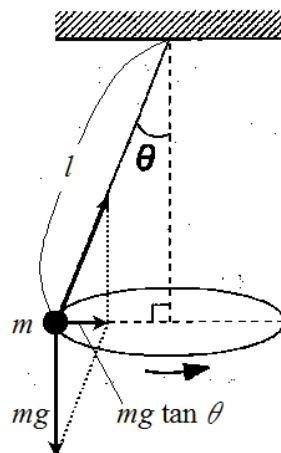
【方針】

図2より、おもりに加わる重力の $\tan\theta$ 倍が等速円運動の向心力になることに気が付く。この点を踏まえて、「原則3. 運動の方程式と重力」の知識などを利用して解く。

【解答】

⑥

【解説】



(図は問題に掲載されている図2に加筆して作成)

おもりの質量を m [kg]、糸の長さを l [m]、水平面内における等速円運動の角速度を ω [rad/s] とおく。上図のように、おもりは向心力が $mg \tan \theta$ で、半径が $l \sin \theta$ の等速円運動をするので、次式の運動方程式が成り立つ。

$$m \cdot l \sin \theta \cdot \omega^2 = mg \tan \theta$$

よって、

$$\cos \theta = \frac{g}{l\omega^2}$$

となる。周期を T [s] とおくと、 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ であるから、次式を得る。

$$\cos \theta = \frac{gT^2}{4\pi^2 l} \dots\dots(1)$$

よって、 $l = 1.5$ [m]、 $T = 2.0$ [s]、 $g = 9.80$ [m/s²]、 $\pi^2 = 9.86$ を式(1) に代入すると、

$$\cos \theta = \frac{9.80 \times 2.0^2}{4 \times 9.86 \times 1.5} = 0.6626$$

となり、問題冊子添付の三角関数表より、 $\theta \cong 49$ [°] と求まる。

問2

【方針】

鉛直方向の力のつり合いから糸の張力が求められることに気づく。この点に着目し、前問の結果を利用して解く。

【解答】

③

【解説】

糸の張力の大きさを S [N] とおくと、鉛直方向の力のつり合いから、次式を得る。

$$S \cos \theta = mg \quad \therefore S = \frac{mg}{\cos \theta} \dots\dots(2)$$

よって、 $m = 1.0$ [kg]、 $g = 9.80$ [m/s²] と前問の $\cos \theta = 0.6626$ を式(2) に代入すると、

$$S = \frac{1.0 \times 9.80}{0.6626} = 14.7 \cong 15$$
 [N]

と求まる。

第4問

原則4. クーロン力とローレンツ力 → 問1に利用

距離 r [m] 離れた2つの点電荷の電荷が q [C] と Q [C] であるとき、点電荷の間には次式で表されるクーロン力 F [N] が働く。

$$F = k \frac{qQ}{r^2}$$

なお、上式中の k は比例定数で、真空中(空气中)の値は $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9$ [N·m²/C²]

である。また、電荷 q [C] をもつ粒子が電場 E [N/C] の中にあるとき、この粒子が電場から受けるクーロン力 F [N] は、次式で表される。

$$F = qE$$

一方、電荷 q [C] をもつ粒子が速さ v [m/s] で磁場 B [T] の中で運動するとき、この粒子が磁場から受けるローレンツ力 F [N] は、次式で表される。

$$F = qvB \sin \theta$$

ここで、 θ は粒子速度の向きと磁場の向きがなす角度である。

原則5. コンデンサーの電気容量 → 問2に利用

コンデンサーの電気容量 C [F] は、次式により求められる。

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

なお、 ϵ_r は比誘電率、 ϵ_0 [F/m] は真空の誘電率 (= 8.85×10^{-12} [F/m])、 S [m²] は極板面積、 d [m] は極板間隔である。

原則6. コンデンサーの電気量と静電エネルギー → 問2に利用

電気容量 C [F] のコンデンサーにかかる電圧が V [V] であるとき、このコンデンサーには次の2式で表される電気量 Q [C] および静電エネルギー U [J] が蓄えられている。

$$Q = CV \dots\dots①$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \dots\dots②$$

式①より、式②は以下のようにも表せる。

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{Q^2}{2C} \dots\dots③$$

問1・問2

【方針】

いずれの設問もクーロン力やコンデンサーについての基本的知識を問うていることに気づく。したがって、「原則4. クーロン力とローレンツ力」や「原則5. コンデンサーの電気容

量]、「原則6．コンデンサーの電気量と静電エネルギー」の知識にもとづいて、順に解いてゆく。

【解答】

(問1) ⑤

(問2) ①

【解説】

(問1)

真空中におけるクーロン定数を k_0 [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$] とおくと、電気力線の本数と $k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ で

あることから、次式を得る。

$$E = \frac{4\pi k_0 Q}{a^2} = \frac{Q}{\epsilon_0 a^2} \text{ [N/C]}$$

(問2)

金属板間電圧を V [V] とおくと、前問の結果より、次式が成り立つ。

$$V = Ed = \frac{d}{\epsilon_0 a^2} Q \quad \therefore Q = \frac{\epsilon_0 a^2}{d} V$$

電気容量を C [F] とおくと、 $Q = CV$ であるから、上式と比較することで、

$$C = \epsilon_0 \frac{a^2}{d} \text{ [F]}$$

となることがわかる。

第5問

原則7. 電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力 → 第5問に利用

直線導線に電流 I [A] が流れているとき、この直線導線から距離 r [m] の位置に磁場が生じ、この磁場の強さ H [A/m] は次式で表される。

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ [A/m]}$$

また、磁束密度 B [T] の磁場中にある導線に電流 I [A] が流れているとき、この導線の長さ l [m] の部分が磁場から受ける力の大きさ F [N] は次式で表される。

$$F = BIl \text{ [N]}$$

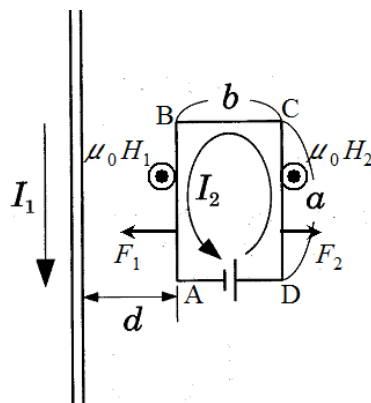
【方針】

図3より、直線導線の電流が作る磁界からコイルが受ける力は、直線導線に近い部分ほど大きいことに気が付く。この点に着目して、「原則7. 電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力」の知識を利用して解く。

【解答】

⑥

【解説】



(図は問題に掲載されている図3に加筆して作成)

電流 I_1 が上図の辺 BA、辺 DC の位置に作る磁場の強さを、それぞれ H_1 [A/m]、 H_2 [A/m] とおくと、

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi d} \quad , \quad H_2 = \frac{I_1}{2\pi(d+b)}$$

となる。すると、上図に示したように、回路 ADCBA には電流 I_2 が流れており、磁場 H_1 、 H_2 の向きは紙面の奥から手前の方向であるから、辺 BA には左向きの力、辺 DC には右向きの力がそれぞれ働く。これらの力の大きさを F_1 [N]、 F_2 [N] とおくと、

$$F_1 = \mu_0 H_1 I_2 a = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi d} \quad , \quad F_2 = \mu_0 H_2 I_2 a = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(d+b)}$$

となる。また、辺 AD と辺 CB に働くそれぞれの力は、直線導線との間の距離が同じであるから、大きさが等しく互いに逆向きの力となるため、その合力は 0 になる。

以上のことから、コイルに働く力の大きさ F [N] は

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+b} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi d(d+b)} \text{ [N]}$$

と求まる。

第6問

原則8. オームの法則と合成抵抗の公式 → 問1に利用

抵抗値 R [Ω] の抵抗にかかる電圧が V [V] で、この抵抗に流れる電流が I [A] であるとき、次式で表されるオームの法則が成り立つ。

$$V = RI$$

なお、2つの抵抗 R_1 、 R_2 を直列接続したときの合成抵抗 R は、次式で表される。

$$R = R_1 + R_2$$

また、2つの抵抗 R_1 、 R_2 を並列接続したときの合成抵抗 R は、次式で表される。

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

原則9. 振動回路の振動数 → 問2に利用

電気容量 C [F] のコンデンサーと自己インダクタンス L [H] のコイルからなる振動回路において、この振動回路の振動数（固有振動数） f [Hz] は、

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

となる。

問1

【方針】

「スイッチを a 側に切り替えた瞬間」および「コンデンサーには電荷がたまっていなかった」という文言より、コンデンサーを導線とみなして計算できることに気づく。この点を踏まえて、「原則8. オームの法則と合成抵抗の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

③

【解説】

スイッチ S を a 側に切り替えた瞬間においては、コンデンサーに蓄えられている電荷は 0 であるから、その極板間電圧も 0 である。したがって、この瞬間では、コンデンサーを導線とみなすことができるから、求める電流 I [A] は、オームの法則により

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12}{10 \times 10^3} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ [A]}$$

となる。

問2

【方針】

コンデンサーの電気容量とコイルの自己インダクタンスが記載されているので、振動数が計算できることに気づく。したがって、「原則 9. 振動回路の振動数」の知識を利用して振動数を計算する。

【解答】

⑥

【解説】

コイルに流れる振動電流の振動数 f [Hz] は

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{200 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^{-12}}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 200 \times 10^{-9}} = 7.96 \times 10^5 \approx 8.0 \times 10^5 \text{ [Hz]}$$

となる。

第7問

原則10. 気体の状態方程式と各法則 → 問1・問2・問6に利用

一般に、体積 V [m³]、圧力 P [Pa]、温度 T [K]、物質質量 n [mol] の気体においては、次式で表される気体の状態方程式が成り立つ。

$$PV = nRT \dots\dots①$$

なお、 R は気体定数と呼ばれるもので、 $R \cong 8.31$ [J/(mol·K)] である。

また、気体の状態方程式より、標準状態 (0℃、 1.01×10^5 Pa) での気体 1 mol の占める体積は、気体の種類によらず 22.4 L となる。

ところで、物質質量が一定であれば、気体の状態方程式 (①式) より、次式で表されるボイル・シャルルの法則が導かれる。

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \dots\dots②$$

また、温度一定の条件下では、②式より、次式で表されるボイルの法則が導かれる。

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \dots\dots③$$

同様に、圧力一定の条件下では、②式より、次式で表されるシャルルの法則が導かれる。

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \dots\dots④$$

原則11. 熱力学第1法則とモル比熱 → 問3～問5に利用

気体に与えた熱量 Q は、気体の内部エネルギーの増加量 ΔU と、気体が外部にした仕事 W の和に等しい。すなわち、次式が成り立つ。

$$Q = \Delta U + W \dots\dots①$$

なお、単原子分子気体の内部エネルギー U は次式で表される。ここで、 n は物質質量、 R は気体定数、 T は温度である。

$$U = \frac{3}{2} nRT$$

また、気体が外部にした仕事 W は次式で表される。ここで、 p は圧力、 ΔV は体積の増加量である。

$$W = p\Delta V$$

ところで、単原子分子気体の定圧変化では、 $W = nR\Delta T$ となるので、式①は次式のように変形できる。なお、 $C_p = \frac{5}{2}R$ を定圧モル比熱と言う。

$$Q = \Delta U + nR\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = nC_p\Delta T$$

また、単原子分子気体の定積変化では、 $W = 0$ となるので、式①は次式のように変形できる。なお、 $C_v = \frac{3}{2}R$ を定積モル比熱と言う。

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = nC_v\Delta T$$

問1～問4

【方針】

断熱容器中の気体の圧力・体積・温度が記載されているので、気体の状態方程式を用いて物質量が求められることに気づく。この点を踏まえて、「原則10. 気体の状態方程式と各法則」や「原則11. 熱力学第1法則とモル比熱」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

(問1) ①

(問2) ⑤

(問3) ⑤

(問4) ②

【解説】

(問1)

容器A内にある気体の圧力を P_A ($= 1.5 \times 10^5$ [Pa])、体積を V_A ($= 4.0 \times 10^{-3}$ [m³])、温度を T_A ($= 330$ [K])、気体定数を R ($\cong 8.31$ [J/(mol·K)]) とおくと、物質量 n_A は、気体の状態方程式より、

$$P_A V_A = n_A R T_A$$
$$\therefore n_A = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{1.5 \times 10^5 \times 4.0 \times 10^{-3}}{8.31 \times 330} = 0.218 \cong 0.22 \text{ [mol]}$$

と求まる。

(問2)

容器B内にある気体の圧力を P_B ($= 4.5 \times 10^5$ [Pa])、体積を V_B ($= 6.0 \times 10^{-3}$ [m³])、温度を T_B ($= 270$ [K]) とおくと、問1と同様にして、物質量 n_B は、

$$n_B = \frac{P_B V_B}{R T_B} = \frac{4.5 \times 10^5 \times 6.0 \times 10^{-3}}{8.31 \times 270} = 1.20 \cong 1.2 \text{ [mol]}$$

と求まる。

(問3)

単原子分子理想気体であるので、内部エネルギー U_A は

$$U_A = \frac{3}{2} n_A R T_A = \frac{3}{2} P_A V_A = \frac{3}{2} \times 1.5 \times 10^5 \times 4.0 \times 10^{-3} = 9.0 \times 10^2 \text{ [J]}$$

となる。

(問4)

前問と同様に、内部エネルギー U_B は

$$U_B = \frac{3}{2} n_B R T_B = \frac{3}{2} P_B V_B = \frac{3}{2} \times 4.5 \times 10^5 \times 6.0 \times 10^{-3} = 4.05 \times 10^3 \cong 4.1 \times 10^3 \text{ [J]}$$

となる。

問5・問6

【方針】

コックを開く前も後も各気体は断熱容器中にあるので、各気体の内部エネルギーの和は変化しないことに気づく。この点を踏まえて、「原則10. 気体の状態方程式と各法則」や「原則11. 熱力学第1法則とモル比熱」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

(問5) ①

(問6) ④

【解説】

(問5)

求める温度を T [K] とおくと、内部エネルギーが保存されることから、

$$\frac{3}{2}n_A RT_A + \frac{3}{2}n_B RT_B = \frac{3}{2}(n_A + n_B)RT$$

となる。これを解くと、

$$T = \frac{n_A T_A + n_B T_B}{n_A + n_B} = \frac{0.218 \times 330 + 1.20 \times 270}{0.218 + 1.20} = \frac{71.94 + 324}{1.418} = 279 \approx 280 \text{ [K]}$$

と求まる。

(問6)

求める圧力を P [Pa] とおくと、気体の状態方程式より、

$$P(V_A + V_B) = (n_A + n_B)RT$$

となる。これを解くと、

$$P = \frac{(n_A + n_B)RT}{V_A + V_B} = \frac{(0.218 + 1.20) \times 8.31 \times 279}{(4.0 + 6.0) \times 10^{-3}} = 3.28 \times 10^5 \approx 3.3 \times 10^5 \text{ [Pa]}$$

と求まる。

第8問

原則12. 干渉の条件式 → 第8問に利用

同じ光源から出た波長 λ [m] の光が分かれて、光路差 d [m] の2つの経路を進んだ後、同じ経路に合流したとき、この2つの光は干渉して以下のようなになる。

$d = m\lambda$ ($m = 1, 2, \dots$) の場合、2つの光は強め合う (明るくなる)。

$d = (m - \frac{1}{2})\lambda$ ($m = 1, 2, \dots$) の場合、2つの光は弱め合う (暗くなる)。

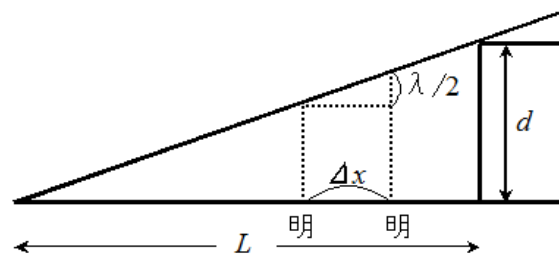
【方針】

2つの反射光の光路差が波長の整数倍のとき、干渉により光が強め合うことに気づく。この点を踏まえて、「原則12. 干渉の条件式」の知識を利用して解く。

【解答】

②

【解説】



(図は WEB 上で見つからなかったため自作)

明線の間隔を Δx ($= 0.25 \times 10^{-3}$ [m]) とおくと、上図に示した比例関係から、次式を得る。

$$\frac{d}{L} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\Delta x} \quad \therefore d = \frac{L\lambda}{2\Delta x}$$

よって、この式に $L = 40 \times 10^{-3}$ [m]、 $\lambda = 500 \times 10^{-9}$ [m]、 $\Delta x = 0.25 \times 10^{-3}$ [m] を代入すると、

$$d = \frac{40 \times 10^{-3} \times 500 \times 10^{-9}}{2 \times 0.25 \times 10^{-3}} = 4.0 \times 10^{-5} \text{ [m]} = 0.04 \text{ [mm]}$$

と求まる。

第9問

原則13. 光子の運動量とエネルギー → 問1～問3に利用

波長 λ [m] (振動数 ν [Hz]) の光子がもつ運動量 p [kg·m/s] は、次式で表される。なお、 h はプランク定数： $h = 6.63 \times 10^{-34}$ [J·s] で、 c は光速： $c = 3.00 \times 10^8$ [m/s] である。

$$p = \frac{hc}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}$$

また、波長 λ [m] (振動数 ν [Hz]) の光子がもつエネルギー E [J] は、次式で表される。

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

上式より、電圧 V [V] により加速された電子の運動エネルギーの全てが波長 λ [m] の光子のエネルギーに変換されるとき、次式が成り立つことがわかる。なお、 e は電子の電荷の大きさ： $e = 1.60 \times 10^{-19}$ [C] である。

$$eV = \frac{hc}{\lambda}$$

問1～問3

【方針】

電子の運動エネルギーの全てが X 線 (光子) のエネルギーに変わるとき、X 線の波長は最短になることに気づく。この点を踏まえて、「原則13. 光子の運動量とエネルギー」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

(問1) ②

(問2) ③

(問3) ④

【解説】

(問1)

加速電圧を $V (= 80 \times 10^3$ [V])、電子の電荷を $-e (= -1.60 \times 10^{-19}$ [C]) とおくと、電子の運動エネルギー K [J] は、

$$K = eV = 1.60 \times 10^{-19} \times 80 \times 10^3 = 1.28 \times 10^{-14} \approx 1.3 \times 10^{-14} \text{ [J]}$$

と求まる。

(問2)

真空中の光の速さを $c (= 3.00 \times 10^8$ [m/s])、プランク定数を $h (= 6.63 \times 10^{-34}$ [J·s])、X 線の最短波長を λ_0 [m] とおくと、電子の運動エネルギーの全てが X 線 (光子) になる時の波長が λ_0 [m] であるから、次式が成り立つ。

$$\frac{hc}{\lambda_0} = K$$

よって、前問の結果を用いて、 λ_0 [m] は、

$$\lambda_0 = \frac{hc}{K} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^8}{1.28 \times 10^{-14}} = 1.55 \times 10^{-11} \approx 1.6 \times 10^{-11} \text{ [m]}$$

と求まる。

(問3)

前問の結果より、求める X 線の運動量 p_0 [kg·m/s] は、

$$p_0 = \frac{h}{\lambda_0} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{1.55 \times 10^{-11}} = 4.27 \times 10^{-23} \approx 4.3 \times 10^{-23} \text{ [kg·m/s]}$$

となる。