

Q. (基礎問題精講 2B 演習 63)

解説で、なぜ第一象限の範囲に直すのかが分かりません。

A. “ $\cos x = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ をみたす x を求めよ ($0 \leq x \leq 2\pi$) ……①” と問われたら何と答えます

か？

$x = -\frac{\pi}{3}$ と答えるのは明らかに誤りです。 x の定義域が $0 \leq x \leq 2\pi$ ですので、 $-\frac{\pi}{3}$ に 2π をたして $0 \leq x \leq 2\pi$ をみたすようにしてから $x = \frac{5}{3}\pi$ と答える必要があります。

また、 $x = \frac{5}{3}\pi$ 以外にも解は存在します。 \cos が等しくなるためには、必ずしも角度が等しい必要はなく、単位円上の x 座標が等しければ良いので、 $x = \frac{\pi}{3}$ も①の解になります。

演習 63 の解説は、以上のような考え方と同じ流れをたどっています。

$$\cos 2\beta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \dots\dots②$$

をみたす β ($0 \leq 2\beta \leq 2\pi$) を求める際、 $2\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ とするのは誤りです。

$\frac{\pi}{2} - \alpha$ は $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \leq 0$ より負の値をとっており、 β の定義域 $0 \leq 2\beta \leq 2\pi$ が満たされていないからです。よって、 $\frac{\pi}{2} - \alpha$ に 2π をたして定義域をみたすようにすることで、②の解のひとつが $2\beta = \frac{5\pi}{2} - \alpha$ と与えられることとなります。

また、 $2\beta = \frac{5\pi}{2} - \alpha$ 以外にも解は存在します。 \cos が等しくなるためには、単位円上の x 座標が等しければ良いので、 $\frac{\pi}{2} - \alpha$ は第四象限の角ですので、第一象限に \cos の値が等しくなる角が存在することとなります。その角を求めると $\alpha - \frac{\pi}{2}$ となりますので、②のもう一つの解は $2\beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$ となります。

文字が多いので抽象的で分かりにくくはありますが、解き方の流れ自体は①の問題と同じであると理解頂けるのではないかと思います。