

Q. (基礎問題精講 1A P170 例題 102(2)(ii))

2 行目以降の計算過程がわかりません。

A.

$\frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} + \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!}$ が ${}_nC_r$ になることを順を追って説明致します。

$$\begin{aligned} & \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} + \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!} \\ &= (n-1)! \left\{ \frac{1}{(r-1)!(n-r)!} + \frac{1}{r!(n-r-1)!} \right\} \quad \Leftarrow \text{分子が同じなので、共通因数でくくる} \\ &= (n-1)! \left\{ \frac{r}{r(r-1)!(n-r)!} + \frac{1}{r!(n-r-1)!} \right\} \quad \Leftarrow \{ \} \text{内の第一項の分子分母に } r \text{ をかける} \\ &= (n-1)! \left\{ \frac{r}{r!(n-r)!} + \frac{1}{r!(n-r-1)!} \right\} \quad \Leftarrow r(r-1)! \text{ を } r! \text{ とまとめる} \\ &= \frac{(n-1)!}{r!} \left\{ \frac{r}{(n-r)!} + \frac{1}{(n-r-1)!} \right\} \quad \Leftarrow \text{分母の共通因数 } r! \text{ でくくる} \\ &= \frac{(n-1)!}{r!} \left\{ \frac{r}{(n-r)!} + \frac{n-r}{(n-r)(n-r-1)!} \right\} \quad \Leftarrow \{ \} \text{内の第二項の分子分母に } n-r \text{ をかける} \\ &= \frac{(n-1)!}{r!} \left\{ \frac{r}{(n-r)!} + \frac{n-r}{(n-r)!} \right\} \quad \Leftarrow (n-r)(n-r-1)! \text{ を } (n-r)! \text{ とまとめる} \\ &= \frac{(n-1)!}{r!(n-r)!} (r+n-r) \quad \Leftarrow \text{分母の共通因数 } (n-r)! \text{ でくくる} \\ &= \frac{n(n-1)!}{r!(n-r)!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \end{aligned}$$

問題集の精講に記載の通り、 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ ですので、これで $\frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!} + \frac{(n-1)!}{r!(n-r-1)!}$ から ${}_nC_r$ が導けたことになります。