Q. (基礎問題精講 2B P105 演習 63)

例題の別解の方法で解くと、範囲が $-\pi/4 \le \pi/4 - \alpha/2 + \beta \le \pi$ 、-5/4 $\pi \le \pi/4 - \alpha/2 - \beta \le 0$ となり、0 となる値が 0 と π 、 $-\pi$ と 0 の 2 つ、存在してしまいます。

A.

途中過程が不明ですので、断定はできませんが、それぞれ2つずつ、合計4つの値が出て きても特に問題ないと思われます。

まず、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} + \beta = 0$$

となる場合は、これを解いて

$$\beta = \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \cdots$$

となりますので、問題集の解答と同じものの一つが得られます。

次に、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} + \beta = \pi$$

となる場合は、

$$\beta = \frac{3\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \quad \cdots \quad \boxed{2}$$

となり、問題集の解答にないものが含まれてしまうことになります。

同様に、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} - \beta = -\pi$$

となる場合は、

$$\beta = \frac{5\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \cdots 3$$

となりますので、問題集の解答と同じものの一つが得られます。

次に、

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} - \beta = 0$$

となる場合を考えると、

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \cdots$$

となり、問題集の解答にないものが含まれてしまうことになります。

ここで、問題集の解答にない②④が出てきたのでおかしいと思われたかもしれません。しかし、 $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$ 、 $0 \le \beta \le \pi$ の範囲を考慮すると、②を満たす α , β は

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$
, $\beta = \pi$ ······⑤

の場合に限られることが分かります。また、③に $\alpha = \frac{\pi}{2}$ を代入すると、 $\beta = \pi$ となり、⑤ すなわち②は特殊な場合として③に含まれていることになります。

また、同様にして④を満たす α 、 β は

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$
, $\beta = 0$ ·······⑥

の場合に限られることが分かります。また、①に $\alpha = \frac{\pi}{2}$ を代入すると、 $\beta = 0$ となり、⑥ すなわち④は特殊な場合として①に含まれていることになります。

よって、求める α 、 β の関係は、①と③に集約されることになり、問題集の解答と一致することになります。