

医学部予備校ACE Academy 確認テスト

数3 標準問題精講 (演習) ①

4

a を実数とするとき、次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{2n}(\sin^{2n} a + 1)}{1 + a^{2n}}$$

(愛知教育大)

15-2

1 辺が 1 の正三角形 $A_0B_0C_0$ をかく。次に、 $A_0=C_1$ 、辺 A_0B_0 の中点を B_1 とし、線分 B_1C_1 を 1 辺とする正三角形 $A_1B_1C_1$ を、 A_1 が正三角形 $A_0B_0C_0$ の外にあるようにかく。次に、 $A_1=C_2$ 、辺 A_1B_1 の中点を B_2 とし、線分 B_2C_2 を 1 辺とする正三角形 $A_2B_2C_2$ を、 A_2 が正三角形 $A_1B_1C_1$ の外にあるようにかく。以下これをくり返し、正三角形 $A_3B_3C_3$ 、 $A_4B_4C_4$ 、 \dots をかいていく。

(1) $|\overrightarrow{C_0C_3}|$ を求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} |\overrightarrow{C_0C_{3n}}|$ を求めよ。

(千葉大)

35-2

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 xy 平面上において、動点 P は点 $A(\cos \theta, \sin \theta)$ を

始点として

$$\text{曲線 } x = \cos t, y = \sin t \quad (\theta \leq t \leq 2\pi - \theta)$$

の上を点 $B(\cos(2\pi - \theta), \sin(2\pi - \theta))$ まで動き、次に、 B におけるこの曲線の接線に沿って x 軸上の点 C まで直進し、さらに終点である原点まで直進するものとする。このとき、点 P が描く曲線の長さ $L(\theta)$ およびその最小値を求めよ。

(福井医大(現・福井大))

61-2

曲線 $y = -\log(ax)$ ($a > 0$) と、原点を中心とするある円とが x 座標が 1 となる点で接している。このとき、次の問いに答えよ。ただし、対数は自然対数とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) 曲線、円および x 軸の正の部分で囲まれる部分の面積 S を求めよ。

(日本大)

76-1

曲線 $y = \log(2 \sin x)$ ($0 < x < \pi$) の概形をかき, この曲線の $y \geq 0$ の部分の長さを求めよ. (岡山大)

88-2

$$I_n = \int_{\pi}^{n\pi} \frac{|\sin x|}{x} dx \quad (n=1, 2, 3, \dots) \text{ とおく.}$$

$$(1) \frac{2}{(k+1)\pi} \leq I_{k+1} - I_k \leq \frac{2}{k\pi} \quad (k=1, 2, 3, \dots) \text{ を示せ.}$$

$$(2) \log n \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \leq 1 + \log n \quad (n=1, 2, \dots) \text{ を示せ.}$$

$$(3) \text{ 極限值 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n}{\log n} \text{ を求めよ. (千葉大)}$$

96-1

$z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$ を満たす複素数 z のうち, 実数部分が最大であるものを求めよ. (日本医大)

110-1

空間の点 $A(0, 0, 6)$ を頂点とし, z 軸を軸, xy 平面の円 $x^2 + y^2 = 9$ を底面とする円錐を γ とする. 平面 $\pi: z = y + 3$ によって γ を切ったときの切り口の楕円について, 以下の問いに答えよ.

(1) この楕円の中心と焦点の座標を求めよ.

(2) 円錐 γ を平面 π で分割してできる 2 つの立体のうち, γ の頂点を含む方の体積を求めよ. (日本大)