

①力学

○原則

1、運動方程式

質量 $m[\text{kg}]$ の物体に力 $\vec{F}[\text{N}]$ を加えた時、物体に $\vec{a}[\text{m/s}^2]$ の加速度が生じたとする。このとき、これらの量の間には

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

が成立する。この式は運動方程式と呼ばれる。

2、慣性力

加速度 $\vec{a}[\text{m/s}^2]$ で運動している観測者は、質量 $m[\text{kg}]$ の物体に見かけの力 $-m\vec{a}$ がはたらくことを観測する。この見かけの力は慣性力と呼ばれる。

3、等加速度直線運動

静止していた物体が、加速度 $a[\text{m/s}^2]$ で等加速度直線運動をするとき、加速を始める瞬間から経過した時間を $t[\text{s}]$ 、そのときの物体の速さを $v[\text{m/s}]$ 、その間に物体がすすんだ距離を $x[\text{m}]$ とすると

速さの関係： $v = at$

距離の関係： $x = \frac{1}{2}at^2$

が成立する。

○解答

(a)

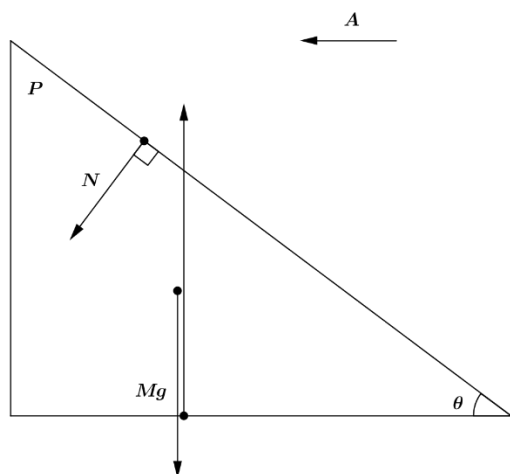
(ア)

【方針】

求められている値は MA であるから、Pに対して原則1の運動方程式をたてれば良いことがわかる。また、このような誘導がなかったとしても、力学の問題では運動方程式や力のつりあいの式をたてることを真っ先に検討すべきである。

【解説】

Pにはたらく力は重力とQから受ける垂直抗力、床から受ける垂直抗力の3力である。これらを整理すると次図のようになる。



図より、水平方向の運動方程式をたてると

$$MA = N \sin \theta \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

よって正解は 6 ……(ア) である。

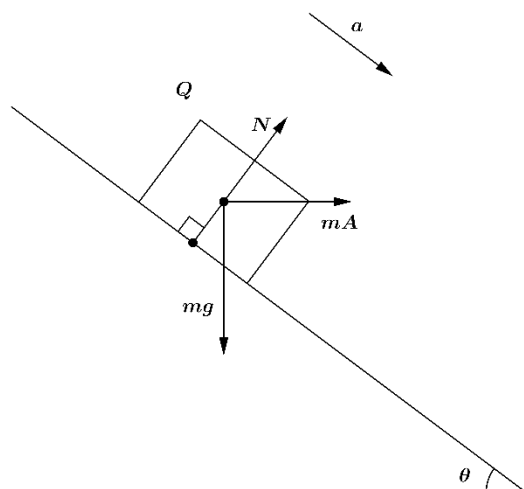
(イウ)

【方針】

(ア)と同様にして、 Q に対して運動方程式と力のつりあいの式をたてれば良い。 Q は P の上をすべっており、 P は加速度 A で運動している。よって、 Q にはたらく力を考える際、原則2の慣性力も考えなければならないことに注意する。

【解説】

ここでは、 P とともに運動する観測者の立場で立式を行う。このとき、 P にはたらく力は、重力、斜面から受ける垂直抗力、 P の加速運動に伴う慣性力の3力である。これらを整理すると次図のようになる。



図より、斜面に平行な方向の運動方程式をたてると

$$ma = mg \sin \theta + mA \cos \theta \cdots \cdots ②$$

よって正解は 6 ……(イ) である。

また、図より斜面に垂直な方向の力はずりあっている、力のつりあいの式より

$$N + mA \sin \theta = mg \cos \theta$$

$$\therefore N = mg \cos \theta - mA \sin \theta \cdots \cdots ③$$

よって正解は 0 ……(ウ) である。

(エオカ)

【方針】

A, a, Nに関する式は(アイウ)で求められているので、①②③の式を変形していけば良い。

【解説】

①より

$$N = \frac{MA}{\sin \theta}$$

この式を③に代入すると

$$\frac{MA}{\sin \theta} = mg \cos \theta - mA \sin \theta$$

$$MA = mg \cos \theta \sin \theta - mA \sin^2 \theta$$

$$(M + m \sin^2 \theta)A = mg \cos \theta \sin \theta$$

$$\therefore A = \frac{mg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} \cdots \cdots ④$$

よって正解は 4 ……(エ) である。

また、④を②に代入すると

$$ma = mg \sin \theta + m \cos \theta \cdot \frac{mg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta}$$

$$\therefore a = g \sin \theta + \frac{mg \cos^2 \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} = \frac{(M + m \sin^2 \theta)g \sin \theta + mg \cos^2 \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} = \frac{(M + m)g \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} \cdots \cdots ⑤$$

よって正解は 5 ……(オ) である。

さらに、④を①に代入すると

$$\frac{Mmg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} = N \sin \theta$$

$$\therefore N = \frac{Mmg \cos \theta}{M + m \sin^2 \theta}$$

よって正解は 2 ……(カ) である。

(b)

(キクケ)

【方針】

(エオ)の結果より、 A 、 a の値は時間が経過しても変化せず、 P 、 Q は等加速度直線運動することがわかる。よって原則3の等加速度直線運動の式を使い、移動距離や速さを計算していけば良い。式のたて方自体はほぼ公式通りであるが、計算がやや複雑となるので、解説の通り効率よく計算をすすめていく。

【解説】

Q は等加速度直線運動を行い、鉛直方向の加速度は $a \sin \theta$ である。よって、 Q が鉛直方向に $h[m]$ 下がるまでの時間を $t[s]$ とすると、原則3の距離の関係より

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \sin \theta \cdot t^2$$

$$\therefore t^2 = \frac{2h}{a \sin \theta} \dots\dots\dots \textcircled{6}$$

また、この時間の間に P が水平方向に X すすむので、原則3の距離の関係及び④⑤⑥より

$$X = \frac{1}{2} A t^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{mg \cos \theta \sin \theta}{M+m \sin^2 \theta} \cdot \frac{2h}{a \sin \theta}$$

$$= \frac{mg \cos \theta}{M+m \sin^2 \theta} \cdot \frac{h}{a}$$

$$= \frac{mg \cos \theta}{M+m \sin^2 \theta} \cdot h \cdot \frac{M+m \sin^2 \theta}{(M+m)g \sin \theta}$$

$$= \frac{mh \cos \theta}{(M+m) \sin \theta}$$

$$= \frac{mh}{(M+m) \tan \theta}$$

よって正解は 2 ……(キ) である。

同様に、 P とともに運動する観測者から見たとき、 Q は水平方向に $a \cos \theta$ の加速度ですすむ。このとき、 Q が水平方向にすすむ距離を $x'[m]$ とすると

$$x' = \frac{1}{2} \cdot a \cos \theta \cdot t^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a \cos \theta \cdot \frac{2h}{a \sin \theta}$$

$$= \frac{h}{\tan \theta}$$

となるので、床から見た Q の水平方向の移動距離 x は

$$x = x' - X$$

$$= \frac{h}{\tan \theta} - \frac{mh}{(M+m) \tan \theta}$$

$$= \frac{(M+m)h}{(M+m) \tan \theta} - \frac{mh}{(M+m) \tan \theta}$$

$$= \frac{Mh}{(M+m) \tan \theta}$$

よって正解は 1 ……(ク) である。

さらに、時間 t が経過したときのPの速さを v [m/s]とすると、原則3の速さの関係より

$$v=At \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

④⑤⑥⑦より、Pの運動エネルギーは

$$\frac{1}{2} M v^2$$

$$= \frac{1}{2} M (At)^2$$

$$= \frac{1}{2} M \cdot \left(\frac{mg \cos \theta \sin \theta}{M+m \sin^2 \theta} \right)^2 \cdot \frac{2h}{a \sin \theta}$$

$$= M \cdot \frac{m^2 g^2 h \cos^2 \theta \sin \theta}{(M+m \sin^2 \theta)^2} \cdot \frac{M+m \sin^2 \theta}{(M+m) g \sin \theta}$$

$$= M \cdot \frac{m^2 g h \cos^2 \theta}{(M+m)(M+m \sin^2 \theta)}$$

$$= \frac{Mm \cos^2 \theta}{(M+m)(M+m \sin^2 \theta)} \times mgh$$

よって、正解は 6 ……(ケ) である。

②波動

○原則

1、屈折の法則

光線が媒質 1 から媒質 2 にすすむとき、光線は境界面で屈折する。光線の入射角を i 、屈折角を r 、媒質 1 での光の速さを $c_1[\text{m/s}]$ 、媒質 2 での光の速さを $c_2[\text{m/s}]$ 、媒質 1 の絶対屈折率を n_1 、媒質 2 の絶対屈折率を n_2 とすると

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

が成立する。この関係は屈折の法則と呼ばれる。

また、媒質 1 に対する媒質 2 の相対屈折率 n は、それぞれの媒質の絶対屈折率を使って

$$n = \frac{n_2}{n_1}$$

で求めることができる。

2、波の基本式

波長 $\lambda[\text{m}]$ 、振動数 $f[\text{Hz}]$ 、速さ $v[\text{m/s}]$ の波について

$$v = f\lambda$$

が成立する。

○解答

(1)

(a)

(ア)

【方針】

本設問は $y-x$ 図で表された波を $y-t$ 図に描き変える典型的なパターン問題である。与えられた波を生じるために原点Oで媒質がどのように動いたかを想像すれば、容易に答えが得られる。

【解説】

正解は 3 ……(ア) である。

(b)

(イウ)

【方針】

波が自由端反射をする際は、波の進行方向が反転するが、波の変位の様子(符号)は変化

しない。従って、自由端反射では波の左右が入れ替わる。また、波が固定端反射をする際は、波の進行方向が反転するとともに、波の変位の符号も反転する。従って、固定端反射では波の上下左右が入れ替わる。これらは波動に関する基礎知識となるので覚えておく必要がある。

【解説】

正解は

自由端： 3 ……(イ)

固定端： 4 ……(ウ)

(エ)

【方針】

(ア)と同様に、波形から媒質の振動の様子を考えれば良い。

【解説】

正解は 4 ……(エ) である。

(2)

(a)

(オカキ)

【方針】

原則 1 を使って式をたてれば、直ちに求める値が得られる。(2)の問題はいずれも、屈折の法則を直接利用して値を求める問題にあたる。

【解説】

空気の絶対屈折率を n_1 、油の絶対屈折率を n_2 とすると、
各媒質中での光の速さがそれぞれ $2.997 \times 10^8 \text{ m/s}$, $2.025 \times 10^8 \text{ m/s}$ であるから、屈折の法則より

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{2.997 \times 10^8}{2.025 \times 10^8} = 1.48 \dots\dots \textcircled{1}$$

ここで、空気に対する油の相対屈折率は $\frac{n_2}{n_1}$ で与えられるので、

求める値は 1.48 ……(オカキ) である。

(クケコ)

【方針】

(オカキ)と同様に、媒質間の各境界面での屈折に対してそれぞれ式をたて、解いていけば良い。

【解説】

空気と油の境界面における屈折について、屈折の法則より

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 61^\circ}{\sin \theta} \dots\dots ②$$

また、油と水の境界面における屈折について、水の絶対屈折率を n_3 とすると、屈折の法則より

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{\sin \theta}{\sin 41^\circ} \dots\dots ③$$

②×③より

$$\frac{n_3}{n_1} = \frac{\sin 61^\circ}{\sin 41^\circ} = \frac{0.875}{0.656} = 1.333 \dots \approx 1.33 \dots\dots ④$$

ここで、空気に対する水の相対屈折率は $\frac{n_3}{n_1}$ で与えられるので、

求める値は 1.33 ……(クケコ) である。

(b)

(サ)

【方針】

(クケコ)などで得られた式から、 θ の大小を決めていけば良い。

【解説】

④÷①より

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{1.33\dots}{1.48} < 1$$

よって③より

$$\frac{\sin \theta}{\sin 41^\circ} < 1$$

$$\sin \theta < \sin 41^\circ$$

$$\therefore \theta < 41^\circ$$

よって正解は 1 ……(サ) である。

(3)

(a)

(シ)

【方針】

ドップラー効果の公式や波の基本式を使って答えを導くこともできるが、音源が遠ざかるときは、振動数は小さく、波長は大きくなることは基礎知識として覚え、即答できるようにしておきたい。

【解説】

音源が遠ざかるときは、振動数は小さく、波長は大きくなるので、正解は 7 ……(シ) である。

(b)

(ス)

【方針】

1 気圧、 $t[^\circ\text{C}]$ の空気中の音の速さ $V[\text{m/s}]$ は、 $V = 331.5 + 0.6t$ で与えられる。この公式自体が入試で問われることは少ないが、温度が高くなると音速が大きくなることは常識として覚えておきたい。これらの関係と、波の基本式を使えば答えが得られる。

【解説】

温度が高くなると、音速は大きくなるが、振動数は変化しない。よって、原則 2 より音波の波長は大きくなるので、正解は 8 ……(ス) である。

③熱

○原則

1、気体の状態方程式

圧力 p [Pa], 体積 V [m³], 物質 n [mol], 温度 T [K]の理想気体に対して、
気体定数を R [J/(mol・K)]とすると

$$pV = nRT$$

が成立する。この式は気体の状態方程式と呼ばれる。

2、モル比熱

物質 n [mol], モル比熱 C [J/(mol・K)]の気体の温度を ΔT [K]変化させるために必要な熱量
 Q [J]は

$$Q = nC\Delta T$$

で与えられる。また、気体が単原子分子理想気体であり、定圧変化をする場合、気体定数
を R [J/(mol・K)]とするとモル比熱 C は

$$C = \frac{5}{2}R$$

で与えられる。

3、気体が行う仕事

圧力 P [Pa]で気体が定圧変化をするとき、気体の体積が ΔV [m³]増加すると、気体が行う仕事
 W [J]は

$$W = P\Delta V$$

で与えられる。また、気体が理想気体のとき、気体の物質 n [mol]、気体定数を
 R [J/(mol・K)]、気体の温度変化を ΔT [K]とすると、気体が行う仕事は

$$W = nR\Delta T$$

でも計算することができる。

4、浮力

密度 ρ [kg/m³]の媒質中に体積 V [m³]の物体があるとき、
物体がまわりの媒質から受ける浮力 F [N]は

$$F = \rho Vg$$

で与えられる。ここで、 g [m/s²]は重力加速度である。

5、ボイル・シャルルの法則

容器に密閉された圧力 p_1 [Pa], 体積 V_1 [m³], 温度 T_1 [K]の気体が、質量一定のまま圧力
 p_2 [Pa], 体積 V_2 [m³], 温度 T_2 [K]に変化したとき

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

が成立する。このような関係をボイル・シャルルの法則とよぶ。

○解答

(a)

(ア)

【方針】

気体は伸縮自在の袋に入れられているので、気体の圧力は外圧(大気圧)と等しくなる。圧力、物質質量、温度、気体定数が問題文で与えられているので、原則1の状態方程式を使えばすぐに答えが求められる。

【解説】

求める体積を $V[\text{m}^3]$ とすると、原則1より

$$1.0 \times 10^5 \times V = 1.0 \times 8.3 \times 300$$

$$\therefore V \doteq 2.5 \times 10^{-2}$$

よって正解は 2 ……(ア) である。

(イ)

【方針】

前設問と同様、気体の圧力は大気圧と等しいので、気体は定圧変化することがわかる。あとは原則2の比熱の式を使って温度変化を求める典型的なパターン問題である。

【解説】

気体は定圧変化をするので、気体のモル比熱は $\frac{5}{2}R$ である。求める温度変化を $\Delta T[\text{K}]$ とすると、原則2より

$$3.1 \times 10^2 = 1.0 \times \frac{5}{2} \cdot 8.3 \times \Delta T$$

$$\therefore \Delta T \doteq 15$$

よって正解は 2 ……(イ) である。

(ウ)

【方針】

気体は定圧変化をするので、原則3の気体ができる仕事の式を使うことができる。 $P\Delta V$ と $nR\Delta T$ の値が一致することから、体積変化を求めることができる。

【解説】

(イ)の ΔT の値を使うと、原則3より、気体ができる仕事 $W[\text{J}]$ は

$$W = 1.0 \times 8.3 \times 15 = 124.5$$

となる。また、求める体積変化を $\Delta V'[\text{m}^3]$ とすると、原則3より

$$124.5 = 1.0 \times 10^5 \times \Delta V'$$

$$\therefore \Delta V' \doteq 1.2 \times 10^{-3}$$

よって正解は 4 ……(ウ) である。

(エ)

【方針】

原則 4 の浮力の公式を使えば直ちに答が求められる。本設問は浮力の公式を直接利用して解く問題にあたる。

【解説】

(ア)(ウ)より、暖められた気体の体積は

$$2.5 \times 10^{-2} + 1.2 \times 10^{-3} \doteq 2.6 \times 10^{-2} [\text{m}^3]$$

である。よって、求める浮力の大きさを $F[\text{N}]$ とすると、原則 4 より

$$F = 1.2 \times 2.6 \times 10^{-2} \times 9.8 \doteq 0.31$$

よって正解は 1 ……(エ) である。

(b)

(オ)

【方針】

水槽中の水は特定方向に流れていないので、水にはたらく力はずりあっている。この力のつりあいの式から、水槽の底での水圧を求めることができる。

【解説】

水槽中に底面積 $S[\text{m}^2]$ 、高さ $3.0[\text{m}]$ の角柱を考え、この角柱内に存在する水にはたらく力を考える。水にはたらく重力は

$$1.0 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3] \times S[\text{m}^2] \times 3.0[\text{m}] \times 9.8 [\text{m}/\text{s}^2] = 2.94 \times 10^4 \times S [\text{N}]$$

である。また、角柱の上面は大気によって押されている。この力は下向きにはたらき、大きさは

$$1.0 \times 10^5 [\text{Pa}] \times S[\text{m}^2]$$

である。同様に、角柱の下面は水によって押されている。求める圧力を $p[\text{Pa}]$ とすると、この力は上向きにはたらき、大きさは

$$p[\text{Pa}] \times S[\text{m}^2]$$

である。よって、角柱内の水にはたらく力のつりあいより

$$p \times S = 1.0 \times 10^5 \times S + 2.94 \times 10^4 \times S$$

$$\therefore p = 1.0 \times 10^5 + 2.94 \times 10^4 \doteq 1.3 \times 10^5 [\text{Pa}]$$

よって正解は 8 ……(オ) である。

(カ)

【方針】

気体は伸縮自在の袋に入っているので、水槽の底に移動したとき、気体の圧力は(オ)で求めた p になる。また、水と熱をやり取りすることにより、気体の温度は280[K]となる。よって原則5のボイル・シャルルの法則を使ってこのときの体積を求めれば良い。本設問はボイル・シャルルの法則を直接使用する典型的な問題にあたる。

【解説】

原則5より

$$\frac{1.0 \times 10^5 \times V_0}{300} = \frac{1.3 \times 10^5 \times V_1}{280} \dots\dots ①$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_0} = \frac{1.0 \times 10^5 \times 280}{1.3 \times 10^5 \times 300} \approx 0.72$$

よって正解は 3 ……(カ) である。

(キ)

【方針】

もともと気体の温度は300[K]であり、水の温度は280[K]であるが、断熱材でできた袋に気体が入っているので、気体から水に熱が逃げず、(カ)の場合と比べて底での気体の温度は高くなる。よって、ボイル・シャルルの法則から、底での気体の体積は(カ)の場合と比べて大きくなることがわかる。

【解説】

水槽の底に移動したあとの気体の温度を T [K]とすると、気体は水と熱のやり取りをしないので、

$$T > 280 \dots\dots ②$$

である。また、原則5より

$$\frac{1.0 \times 10^5 \times V_0}{300} = \frac{1.3 \times 10^5 \times V_2}{T} \dots\dots ③$$

が成立する。よって、①③より

$$\frac{1.3 \times 10^5 \times V_1}{280} = \frac{1.3 \times 10^5 \times V_2}{T}$$

$$\therefore \frac{V_1}{280} = \frac{V_2}{T}$$

ゆえに、②より $V_1 < V_2$ となることがわかるので、正解は 3 ……(キ) である。

④電磁気

○原則

1、電流が磁場から受ける力

磁束密度 $B[\text{T}]$ の磁場中に、磁場の向きと垂直に長さ $l[\text{m}]$ の導体棒があり、導体棒内を $I[\text{A}]$ の電流が流れているとする。

このとき、導体棒が磁場から受ける力の大きさを $F[\text{N}]$ とすると

$$F = IBl$$

が成立する。また、力の向きはフレミング左手の法則で与えられる。

2、導体棒に生じる誘導起電力

磁束密度 $B[\text{T}]$ の磁場中に、磁場の向きと垂直に長さ $l[\text{m}]$ の導体棒があり、棒を一定の速度で運動させる。磁場の向きと垂直な速度の成分を $v_{\perp}[\text{m/s}]$ とすると、導体棒に生じる誘導起電力の大きさ $V[\text{V}]$ は

$$V = v_{\perp}Bl$$

で与えられる。

3、オームの法則

回路に起電力 $E[\text{V}]$ の電池と抵抗値 $R[\Omega]$ の電気抵抗を直列につないだとき、回路に流れる電流を $I[\text{A}]$ とすると

$$E = RI$$

が成立する。これをオームの法則と呼ぶ。

4、レンツの法則

コイルを貫く磁束が変化したとき、コイルには誘導起電力が生じる。このとき生じた誘導起電力の向きは、コイルを貫く磁束の変化を妨げる方向に生じる。これをレンツの法則と呼ぶ。

5、動摩擦力

床をすべる物体にはたらく垂直抗力が $N[\text{N}]$ のとき、動摩擦係数を μ とすると、物体にはたらく動摩擦力の大きさ $f[\text{N}]$ は

$$f = \mu N$$

で与えられる。

○解答

(1)

(a)

(ア)

【方針】

原則 1 から直ちに答えを得ることができる。大問 4 の設問はいずれも、電磁気分野の典型的なパターン問題にあたるので、解法の流れは覚えておく必要がある。

【解説】

求める力の大きさは、原則 1 より IBl [N] である。よって正解は 1 ……(ア) である。

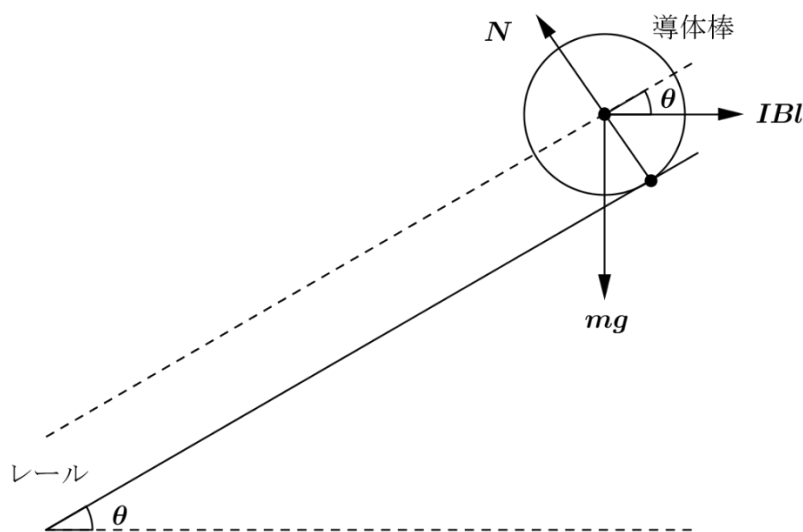
(イ)

【方針】

導体棒はレール上を運動するので、レールに垂直な方向の力はつりあう。よって、導体棒にはたらく力を図示し、力のつりあいの式をたてれば答えが導かれる。

【解説】

導体棒にはたらく力は、重力、垂直抗力、電流が磁場から受ける力の三力である。求める垂直抗力の大きさを N [N] とし、導体棒にはたらく力を図示すると次図のようになる。



レールに垂直な方向の力のつりあいの式より

$$N = mg \cos \theta + IBl \sin \theta$$

となる。よって正解は 4 ……(イ) である。

(ウ)

【方針】

原則 2 から直接導かれる。

【解説】

導体棒の、磁場の向きと垂直な速度の成分は $v \cos \theta$ である。よって求める起電力の大きさは、原則 2 より $Blv \cos \theta$ である。ゆえに正解は 7 ……(ウ) である。

(b)

(エ)

【方針】

棒は静止しているので、棒にはたらく力がつりあっている。よって、力のつりあいの式をたてて解いていけば良い。

【解説】

導体棒に流れる電流を I_1 [A] とすると、棒にはたらく力は(イ)の図と同様になる。棒にはたらく力がつりあうので、レールに平行な方向の力のつりあいより

$$mg \sin \theta = I_1 Bl \cos \theta$$

$$\therefore I_1 = \frac{mg}{Bl} \tan \theta$$

よって、求める抵抗は原則 3 のオームの法則より

$$R = \frac{E}{I_1} = \frac{EBl}{mg \tan \theta}$$

となる。ゆえに正解は 3 ……(エ) である。

(オ)

【方針】

棒は磁場中を運動するので、棒には誘導起電力が発生する。また、原則 4 よりこの誘導起電力の向きは $Q \rightarrow P$ である。よって、オームの法則より求める電流を計算することができる。

【解説】

(ウ)より、導体棒には $Blv \cos \theta$ の誘導起電力が発生する。また、その向きはレンツの法則より $Q \rightarrow P$ である。よってオームの法則より

$$I = \frac{E - Blv \cos \theta}{R}$$

となる。ゆえに正解は 7 ……(オ) である。

(カ)

【方針】

じゅうぶん時間が経過したあとの棒の速さは一定であるから、棒にはたらく力がつりあう。また、棒は一定の速さで磁場中を運動するので、棒には誘導起電力が発生する。よって、(エ)と同様にして力のつりあいの式をたて、(オ)と同様にして誘導起電力の式をたてて解いていけば良い。

【解説】

求める棒の速さを v_2 [m/s]、また棒の速さが一定になった後の棒に流れる電流の大きさを I_2 [A]とする。棒の速さは一定であるから、棒にはたらく力がつりあうので、(エ)と同様に
して

$$mg \sin \theta = I_2 Bl \cos \theta$$

$$\therefore I_2 = \frac{mg}{Bl} \tan \theta \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また、棒は磁場中を一定の速さで運動するので、棒には誘導起電力が発生する。よって、
(オ)と同様にして

$$I_2 = \frac{E - Blv_2 \cos \theta}{R} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

が成立する。②を①に代入すると

$$\frac{E - Blv_2 \cos \theta}{R} = \frac{mg}{Bl} \tan \theta$$

$$Blv_2 \cos \theta = \frac{EBl - mgR \tan \theta}{Bl}$$

$$\therefore v_2 = \frac{EBl - mgR \tan \theta}{(Bl)^2 \cos \theta} = \frac{EBl \cos \theta - mgR \sin \theta}{(Bl \cos \theta)^2}$$

よって正解は 9 ……(カ) である。

(2)

(キ)

【方針】

(カ)と同様にして、棒にはたらく力のつりあいの式と、棒に発生する誘導起電力の式から求める値を計算していけば良い。力のつりあいの式では、原則5を使って動摩擦力の影響を考慮する必要があり、式はやや複雑になるが、計算の流れ自体は(カ)とほぼ同じである。

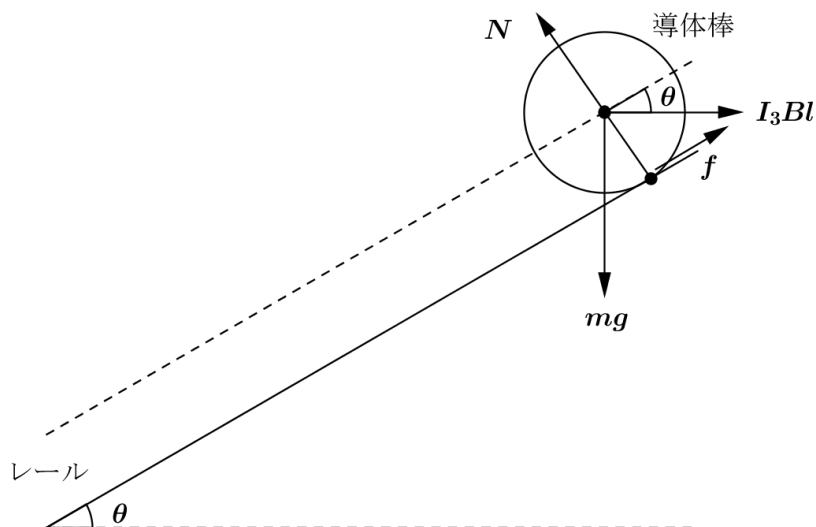
【解説】

求める棒の速さを v_3 [m/s]、また棒の速さが一定になった後の棒に流れる電流の大きさを I_3 [A]とする。

棒は磁場中を一定の速さで運動するので、棒には誘導起電力 $Blv_3 \cos \theta$ が発生する。またその向きは、レンツの法則より $P \rightarrow Q$ である。よってオームの法則より

$$I_3 = \frac{Blv_3 \cos \theta}{R} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

また、棒にはたらく動摩擦力を f [N]とすると、棒にはたらく力は下図のようになる。



棒にはたらく力はつりあうので、レールに平行・垂直な力のつりあい及び動摩擦力の式より

$$\text{平行} : mg \sin \theta = I_3 B l \cos \theta + f$$

$$\text{垂直} : N = mg \cos \theta + I_3 B l \sin \theta$$

$$\text{摩擦力} : f = \mu N$$

これらの式から N , f を消去し、 I_3 について解くと

$$mg \sin \theta = I_3 B l \cos \theta + \mu (mg \cos \theta + I_3 B l \sin \theta)$$

$$I_3 B l (\cos \theta + \mu \sin \theta) = mg (\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

$$I_3 = \frac{mg (\sin \theta - \mu \cos \theta)}{B l (\cos \theta + \mu \sin \theta)} \dots\dots ④$$

③を④に代入すると

$$\frac{B l v_3 \cos \theta}{R} = \frac{mg (\sin \theta - \mu \cos \theta)}{B l (\cos \theta + \mu \sin \theta)}$$

$$\therefore v_3 = \frac{mg R (\sin \theta - \mu \cos \theta)}{(B l)^2 \cos \theta (\cos \theta + \mu \sin \theta)}$$

よって正解は 3 ……(キ) である。