第１問

原則１．重心の公式　　　→　第１問に利用

x 軸上の座標 x_1 と x_2 の位置に、質量 m_1 と m_2 の物体がそれぞれ存在しているとき、この２つの物体の重心の座標 x_G は、次式で表される。

$$x_\mathrm{G}=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$$

【方針】

円板の中心と重心は一致するので、図１における半径 r と半径 $\frac{2}{3}r$ の円板の重心の座標は、それぞれ $(r,\ 0)$ と $\left(\frac{2}{3}r,\ 0\right)$ であることに気づく。この点を踏まえて、「原則１．重心の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

⑤

【解説】

半径 r の円板の質量を m とおくと、半径 $\frac{2}{3}r$ の円板の質量は

$$m\times\frac{\left(\frac{2}{3}r\right)^2}{r^2}=\frac{4}{9}m$$

となる。よって、半径 $\frac{2}{3}r$ の円板を切り取った後の残りの部分の質量は $\frac{5}{9}m$ となる。また、この部分の重心の x 座標が求めるものなので、これを x_G とおく。すると、重心が $(x_\mathrm{G},\ 0)$ にある質量 $\frac{5}{9}m$ の部分と重心が $\left(\frac{2}{3}r,\ 0\right)$ にある質量 $\frac{4}{9}m$ の円板を合体したものは、もとの円板と同じものなので、その重心は $(r,\ 0)$ となる。したがって、重心の公式より、次式が成り立つ。

$$r=\frac{\frac{5}{9}m\times x_\mathrm{G}+\frac{4}{9}m\times\frac{2}{3}r}{\frac{5}{9}m+\frac{4}{9}m}\quad\rightarrow\quad 9r=5x_\mathrm{G}+\frac{8}{3}r$$

これを解くと、

$$x_\mathrm{G}=\frac{19}{15}r$$

と求まる。

第２問

原則２．重力による運動の公式　　　　→　問１・問２に利用

物体の水平方向（ x 方向）、鉛直方向（ y 方向）の初速度が、それぞれ v_{0x} [m/s] 、v_{0y} [m/s] であるとき、時間 t [s] における水平方向、鉛直方向の各変位 x [m] 、y [m] は、以下の各式で表される。なお、g は重力加速度（ $g = 9.8$ [m/s^2] ）である。

$$x = v_{0x}t$$
$$y = v_{0y}t + \frac{1}{2}(-g)t^2$$

問１

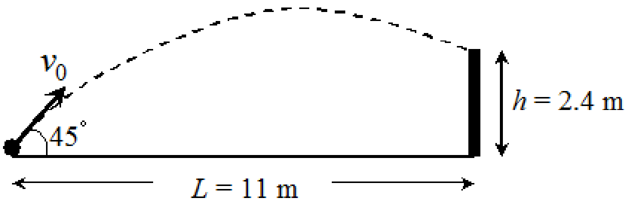
【方針】

角度は 45° と決まっているので、最大の初速度はゴールの上端に達するような初速度であると気づく。この点を踏まえて、「原則２．重力による運動の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

④

【解説】



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

ノーバウンドでボールがゴールの上端に達するときに、蹴り出したボールの速さは最大になる。ゴールまでの距離を L [m] 、ゴールの高さを h [m] 、ボールを蹴ってからゴールに達するまでの時間を t [s] 、求めるボールの速さを v_0 [m/s] とおくと、まず、水平方向の運動について、次式が成り立つ。

$$\frac{v_0}{\sqrt{2}}t = L \qquad \therefore t = \frac{\sqrt{2}L}{v_0} \ \cdots\cdots(1)$$

また、鉛直方向の運動については、次式が成り立つ。

$$h = \frac{v_0}{\sqrt{2}}t - \frac{1}{2}gt^2 \ \cdots\cdots(2)$$

よって、式(1) を式(2) に代入すると、次式を得る。

$$h = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}L}{v_0} - \frac{1}{2}g\left(\frac{\sqrt{2}L}{v_0}\right)^2 = L - \frac{gL^2}{{v_0}^2} \qquad \therefore {v_0}^2 = \frac{gL^2}{L-h} \ \cdots\cdots(3)$$

したがって、$h = 2.4$ [m] 、$L = 11$ [m] 、$g = 9.80$ [m/s^2] を式(3) に代入すると、

$$v_0{}^2 = \frac{9.80\times11^2}{11-2.4} = \frac{9.80\times121}{8.6} \fallingdotseq 137.8$$

となり、

$$v_0 = 11.74 \fallingdotseq 11.7\ [\mathrm{m/s}]$$

と求まる。

問２

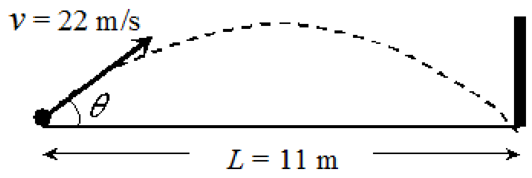
【方針】

初速度の大きさは $22\ [\mathrm{m/s}]$ と決まっているので、最小の角度はゴールの下端に達するような角度であると気づく。この点を踏まえて、「原則２．重力による運動の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

③

【解説】



（図は WEB 上で見つからなかったため自作）

ゴールの最下端にノーバウンドで達するとき、θ は最小となる。ボールを蹴りだしたときの速さを $v\ [\mathrm{m/s}]$ 、ゴールに達するまでの時間を $t\ [\mathrm{s}]$ 、求める角度を $\theta\ [°]$ とおくと、まず、水平方向の運動について、次式が成り立つ。

$$v\cos\theta\cdot t = L \qquad \therefore t = \frac{L}{v\cos\theta} \quad \cdots\cdots(4)$$

また、鉛直方向の運動については、次式が成り立つ。

$$0 = v\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \therefore t = \frac{2v\sin\theta}{g} \quad \cdots\cdots(5)$$

よって、式(4)＝式(5) より、次式を得る。

$$\frac{L}{v\cos\theta} = \frac{2v\sin\theta}{g}$$

$$\therefore \frac{gL}{v^2} = 2\sin\theta\cos\theta = \sin2\theta \quad \cdots\cdots(6)$$

したがって、$L = 11\ [\mathrm{m}]$ 、$v = 22\ [\mathrm{m/s}]$ 、$g = 9.80\ [\mathrm{m/s^2}]$ を式(6) に代入すると、

$$\sin2\theta = \frac{9.80\times11}{22^2} = 0.2227$$

となる。問題冊子添付の三角関数表より、$2\theta \fallingdotseq 13\ [°]$ となるから、$\theta = 6.5 \fallingdotseq 7.0\ [°]$ と求まる。

第３問

原則３．運動の方程式と重力　　　　→　問１に利用

一般に、質量 m の物体に力 F が加わるとき、次式のように、物体は加速度 a の等加速度運動をする。

$$ma = F$$

なお、質量 m の物体が速さ v （角振動数 ω ）、半径 r の円運動をするとき、その運動方程式は次式で表される。

$$m\frac{v^2}{r} = F \quad (\ mr\omega^2 = F \ )$$

また、一般に質量 m の物体には鉛直下向きに大きさ mg（ g は重力加速度）の重力がはたらく。よって、例えば、鉛直下向きに重力以外の力 F が加わっている物体の運動方程式は、次式のようになる。

$$ma = mg + F$$

問１

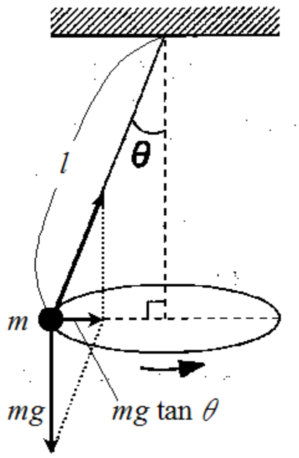
【方針】

図 2 より、おもりに加わる重力の $\tan\theta$ 倍が等速円運動の向心力になることに気が付く。この点を踏まえて、「原則３．運動の方程式と重力」の知識などを利用して解く。

【解答】

⑥

【解説】



（図は問題に掲載されている図２に加筆して作成）

おもりの質量を m [kg] 、糸の長さを l [m] 、水平面内における等速円運動の角速度を ω [rad/s] とおく。上図のように、おもりは向心力が $mg\tan\theta$ で、半径が $l\sin\theta$ の等速円運動をするので、次式の運動方程式が成り立つ。

$$m \cdot l\sin\theta \cdot \omega^2 = mg\tan\theta$$

よって、

$$\cos\theta = \frac{g}{l\omega^2}$$

となる。周期を T [s] とおくと、$\omega = \frac{2\pi}{T}$ であるから、次式を得る。

$$\cos\theta = \frac{gT^2}{4\pi^2 l} \quad \cdots\cdots(1)$$

よって、$l = 1.5$ [m] 、$T = 2.0$ [s] 、$g = 9.80$ [m/s^2] 、$\pi^2 = 9.86$ を式(1) に代入すると、

$$\cos\theta = \frac{9.80 \times 2.0^2}{4 \times 9.86 \times 1.5} = 0.6626$$

となり、問題冊子添付の三角関数表より、$\theta \fallingdotseq 49$ [°] と求まる。

問２

【方針】

鉛直方向の力のつり合いから糸の張力が求められることに気づく。この点に着目し、前問の結果を利用して解く。

【解答】

③

【解説】

糸の張力の大きさを S [N] とおくと、鉛直方向の力のつり合いから、次式を得る。

$$S\cos\theta = mg \qquad \therefore S = \frac{mg}{\cos\theta} \quad \cdots\cdots(2)$$

よって、$m = 1.0$ [kg] 、$g = 9.80$ [m/s^2] と前問の $\cos\theta = 0.6626$ を式(2) に代入すると、

$$S = \frac{1.0 \times 9.80}{0.6626} = 14.7 \fallingdotseq 15 \text{ [N]}$$

と求まる。

第４問

原則４．クーロン力とローレンツ力　　　→　問１に利用

距離 r [m] 離れた２つの点電荷の電荷が q [C] と Q [C] であるとき、点電荷の間には次式で表されるクーロン力 F [N] が働く。

$$F = k\frac{qQ}{r^2}$$

なお、上式中の k は比例定数で、真空中（空気中）の値は $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8.99 \times 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2/C^2}]$ である。また、電荷 q [C] をもつ粒子が電場 E [N/C] の中にあるとき、この粒子が電場から受けるクーロン力 F [N] は、次式で表される。

$$F = qE$$

一方、電荷 q [C] をもつ粒子が速さ v [m/s] で磁場 B [T] の中を運動するとき、この粒子が磁場から受けるローレンツ力 F [N] は、次式で表される。

$$F = qvB\sin\theta$$

ここで、θ は粒子速度の向きと磁場の向きがなす角度である。

原則５．コンデンサーの電気容量　　　→　問２に利用

コンデンサーの電気容量 C [F] は、次式により求められる。

$$C = \varepsilon_\mathrm{r}\varepsilon_0\frac{S}{d}$$

なお、ε_r は比誘電率、ε_0 [F/m] は真空の誘電率（$= 8.85 \times 10^{-12}$ [F/m] ）、S [$\mathrm{m^2}$] は極板面積、d [m] は極板間隔である。

原則６．コンデンサーの電気量と静電エネルギー　　　→　問２に利用

電気容量 C [F] のコンデンサーにかかる電圧が V [V] であるとき、このコンデンサーには次の２式で表される電気量 Q [C] および静電エネルギー U [J] が蓄えられている。

$$Q = CV \quad \cdots\cdots①$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \quad \cdots\cdots②$$

式①より、式②は以下のようにも表せる。

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C} \quad \cdots\cdots③$$

問１・問２

【方針】

いずれの設問もクーロン力やコンデンサーについての基本的知識を問うていることに気づく。したがって、「原則４．クーロン力とローレンツ力」や「原則５．コンデンサーの電気容

量」、「原則６．コンデンサーの電気量と静電エネルギー」の知識にもとづいて、順に解いてゆく。

【解答】

（問１）⑤

（問２）①

【解説】

（問１）

真空中におけるクーロン定数を $k_0\ [\mathrm{N \cdot m^2/C^2}]$ とおくと、電気力線の本数と $k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ であることから、次式を得る。

$$E = \frac{4\pi k_0 Q}{a^2} = \frac{Q}{\varepsilon_0 a^2}\ [\mathrm{N/C}]$$

（問２）

金属板間電圧を $V\ [\mathrm{V}]$ とおくと、前問の結果より、次式が成り立つ。

$$V = Ed = \frac{d}{\varepsilon_0 a^2}Q \qquad \therefore Q = \frac{\varepsilon_0 a^2}{d}V$$

電気容量を $C\ [\mathrm{F}]$ とおくと、$Q = CV$ であるから、上式と比較することで、

$$C = \varepsilon_0 \frac{a^2}{d}\ [\mathrm{F}]$$

となることがわかる。

第５問

原則７．電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力　　　→　第５問に利用

直線導線に電流 I [A] が流れているとき、この直線導線から距離 r [m] の位置に磁場が生じ、この磁場の強さ H [A/m] は次式で表される。

$$H = \frac{I}{2\pi r} \text{ [A/m]}$$

また、磁束密度 B [T] の磁場中にある導線に電流 I [A] が流れているとき、この導線の長さ l [m] の部分が磁場から受ける力の大きさ F [N] は次式で表される。

$$F = BIl \text{ [N]}$$

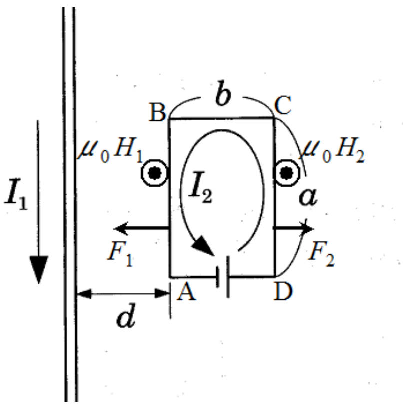
【方針】

図 3 より、直線導線の電流が作る磁界からコイルが受ける力は、直線導線に近い部分ほど大きいことに気が付く。この点に着目して、「原則７．電流が作る磁場と電流が磁場から受ける力」の知識を利用して解く。

【解答】

⑥

【解説】



（図は問題に掲載されている図３に加筆して作成）

電流 I_1 が上図の辺 BA、辺 DC の位置に作る磁場の強さを、それぞれ H_1 [A/m] 、H_2 [A/m] とおくと、

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi d} \quad , \quad H_2 = \frac{I_1}{2\pi(d+b)}$$

となる。すると、上図に示したように、回路 ADCBA には電流 I_2 が流れており、磁場 H_1 、H_2 の向きは紙面の奥から手前の方向であるから、辺 BA には左向きの力、辺 DC には右向きの力がそれぞれ働く。これらの力の大きさを F_1 [N] 、F_2 [N] とおくと、

$$F_1 = \mu_0 H_1 I_2 a = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi d} \quad , \quad F_2 = \mu_0 H_2 I_2 a = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi(d+b)}$$

となる。また、辺 AD と辺 CB に働くそれぞれの力は、直線導線との間の距離が同じであるから、大きさが等しく互いに逆向きの力となるため、その合力は 0 になる。
以上のことから、コイルに働く力の大きさ F [N] は

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{2\pi}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+b}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2 ab}{2\pi d(d+b)} \ [\mathrm{N}]$$

と求まる。

第６問

原則８．オームの法則と合成抵抗の公式　　　　→　問１に利用

抵抗値 R [Ω] の抵抗にかかる電圧が V [V] で、この抵抗に流れる電流が I [A] であるとき、次式で表されるオームの法則が成り立つ。

$$V = RI$$

なお、2 つの抵抗 R_1 、R_2を直列接続したときの合成抵抗 R は、次式で表される。

$$R = R_1 + R_2$$

また、2 つの抵抗 R_1 、R_2を並列接続したときの合成抵抗 R は、次式で表される。

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \ \rightarrow\ R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

原則９．振動回路の振動数　　　　→　問２に利用

電気容量 C [F] のコンデンサーと自己インダクタンス L [H] のコイルからなる振動回路において、この振動回路の振動数（固有振動数）f [Hz] は、

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

となる。

問１

【方針】

「スイッチを a 側に切り替えた瞬間」および「コンデンサーには電荷がたまっていなかった」と言う文言より、コンデンサーを導線とみなして計算できることに気づく。この点を踏まえて、「原則８．オームの法則と合成抵抗の公式」の知識を利用して解く。

【解答】

③

【解説】

スイッチ S を a 側に切り替えた瞬間においては、コンデンサーに蓄えられている電荷は 0 であるから、その極板間電圧も 0 である。したがって、この瞬間では、コンデンサーを導線とみなすことができるから、求める電流 I [A] は、オームの法則により

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12}{10\times10^3} = 1.2\times10^{-3}\ [\mathrm{A}]$$

となる。

問２

【方針】

コンデンサーの電気容量とコイルの自己インダクタンスが記載されているので、振動数が計算できることに気づく。したがって、「原則９．振動回路の振動数」の知識を利用して振動数を計算する。

【解答】

⑥

【解説】

コイルに流れる振動電流の振動数 f [Hz] は

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\times3.14\times\sqrt{200\times10^{-6}\times200\times10^{-12}}}=\frac{1}{2\times3.14\times200\times10^{-9}}=7.96\times10^{5}\fallingdotseq8.0\times10^{5}\ [\mathrm{Hz}]$$

となる。

第７問

原則１０．気体の状態方程式と各法則　　　　→　問１・問２・問６に利用

一般に、体積 V [m^3] 、圧力 P [Pa] 、温度 T [K] 、物質量 n [mol] の気体においては、次式で表される気体の状態方程式が成り立つ。

$PV = nRT$ ……①

なお、R は気体定数と呼ばれるもので、$R \fallingdotseq 8.31$ [J/(mol·K)] である。

また、気体の状態方程式より、標準状態（0 ℃ 、1.01×10^5 Pa）での気体 1 mol の占める体積は、気体の種類によらず 22.4 L となる。

ところで、物質量が一定であれば、気体の状態方程式（①式）より、次式で表されるボイル・シャルルの法則が導かれる。

$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ ……②

また、温度一定の条件下では、②式より、次式で表されるボイルの法則が導かれる。

$P_1V_1 = P_2V_2$ ……③

同様に、圧力一定の条件下では、②式より、次式で表されるシャルルの法則が導かれる。

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ ……④

原則１１．熱力学第１法則とモル比熱　　　　→　問３～問５に利用

気体に与えた熱量 Q は、気体の内部エネルギーの増加量 ΔU と、気体が外部にした仕事 W の和に等しい。すなわち、次式が成り立つ。

$Q = \Delta U + W$ ……①

なお、単原子分子気体の内部エネルギー U は次式で表される。ここで、n は物質量、R は気体定数、T は温度である。

$U = \frac{3}{2}nRT$

また、気体が外部にした仕事 W は次式で表される。ここで、p は圧力、ΔV は体積の増加量である。

$W = p\Delta V$

ところで、単原子分子気体の定圧変化では、$W = nR\Delta T$ となるので、式①は次式のように変形できる。なお、$C_{\mathrm{P}} = \frac{5}{2}R$ を定圧モル比熱と言う。

$Q = \Delta U + nR\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T + nR\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T = nC_{\mathrm{P}}\Delta T$

また、単原子分子気体の定積変化では、$W = 0$ となるので、式①は次式のように変形できる。なお、$C_{\mathrm{V}} = \frac{3}{2}R$ を定積モル比熱と言う。

$Q = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = nC_{\mathrm{V}}\Delta T$

問１～問４

【方針】

断熱容器中の気体の圧力・体積・温度が記載されているので、気体の状態方程式を用いて物質量が求められることに気づく。この点を踏まえて、「原則１０．気体の状態方程式と各法則」や「原則１１．熱力学第１法則とモル比熱」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

（問１）①

（問２）⑤

（問３）⑤

（問４）②

【解説】

（問１）

容器Ａ内にある気体の圧力を P_A（$= 1.5 \times 10^5$ [Pa]）、体積を V_A（$= 4.0 \times 10^{-3}$ [m^3]）、温度を T_A（$= 330$ [K]）、気体定数を R ($\fallingdotseq 8.31$ [J/(mol・K)]) とおくと、物質量 n_A は、気体の状態方程式より、

$$P_\mathrm{A}V_\mathrm{A} = n_\mathrm{A}RT_\mathrm{A}$$

$$\therefore n_\mathrm{A} = \frac{P_\mathrm{A}V_\mathrm{A}}{RT_\mathrm{A}} = \frac{1.5\times10^5\times4.0\times10^{-3}}{8.31\times330} = 0.218 \fallingdotseq 0.22\ [\mathrm{mol}]$$

と求まる。

（問２）

容器Ｂ内にある気体の圧力を P_B（$= 4.5 \times 10^5$ [Pa]）、体積を V_B（$= 6.0 \times 10^{-3}$ [m^3]）、温度を T_B（$= 270$ [K]）とおくと、問１と同様にして、物質量 n_B は、

$$n_\mathrm{B} = \frac{P_\mathrm{B}V_\mathrm{B}}{RT_\mathrm{B}} = \frac{4.5\times10^5\times6.0\times10^{-3}}{8.31\times270} = 1.20 \fallingdotseq 1.2\ [\mathrm{mol}]$$

と求まる。

（問３）

単原子分子理想気体であるので、内部エネルギー U_A は

$$U_\mathrm{A} = \frac{3}{2}n_\mathrm{A}RT_\mathrm{A} = \frac{3}{2}P_\mathrm{A}V_\mathrm{A} = \frac{3}{2}\times 1.5\times10^5\times4.0\times10^{-3} = 9.0\times10^2\ [\mathrm{J}]$$

となる。

（問４）

前問と同様に、内部エネルギー U_B は

$$U_\mathrm{B} = \frac{3}{2}n_\mathrm{B}RT_\mathrm{B} = \frac{3}{2}P_\mathrm{B}V_\mathrm{B} = \frac{3}{2}\times 4.5\times10^5\times6.0\times10^{-3} = 4.05\times10^3 \fallingdotseq 4.1\times10^3\ [\mathrm{J}]$$

となる。

問５・問６

【方針】

コックを開く前も後も各気体は断熱容器中にあるので、各気体の内部エネルギーの和は変化しないことに気づく。この点を踏まえて、「原則１０．気体の状態方程式と各法則」や「原則１１．熱力学第１法則とモル比熱」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

（問５）①

（問６）④

【解説】

（問５）

求める温度を T [K] とおくと、内部エネルギーが保存されることから、

$$\frac{3}{2}n_{\mathrm{A}}RT_{\mathrm{A}}+\frac{3}{2}n_{\mathrm{B}}RT_{\mathrm{B}}=\frac{3}{2}(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})RT$$

となる。これを解くと、

$$T=\frac{n_{\mathrm{A}}T_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{B}}}{n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}}}=\frac{0.218\times330+1.20\times270}{0.218+1.20}=\frac{71.94+324}{1.418}=279\fallingdotseq280\ [\mathrm{K}]$$

と求まる。

（問６）

求める圧力を P [Pa] とおくと、気体の状態方程式より、

$$P(V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}})=(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})RT$$

となる。これを解くと、

$$P=\frac{(n_{\mathrm{A}}+n_{\mathrm{B}})RT}{V_{\mathrm{A}}+V_{\mathrm{B}}}=\frac{(0.218+1.20)\times8.31\times279}{(4.0+6.0)\times10^{-3}}=3.28\times10^{5}\fallingdotseq3.3\times10^{5}\ [\mathrm{Pa}]$$

と求まる。

第８問

原則１２．干渉の条件式　　　　→　第８問に利用

同じ光源から出た波長 λ [m] の光が分かれて、光路差 d [m] の２つの経路を進んだ後、同じ経路に合流したとき、この２つの光は干渉して以下のようになる。

$d = m\lambda$ （$m = 1, 2, \cdots\cdots$）の場合、２つの光は強め合う（明るくなる）。

$d = \left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda$ （$m = 1, 2, \cdots\cdots$）の場合、２つの光は弱め合う（暗くなる）。

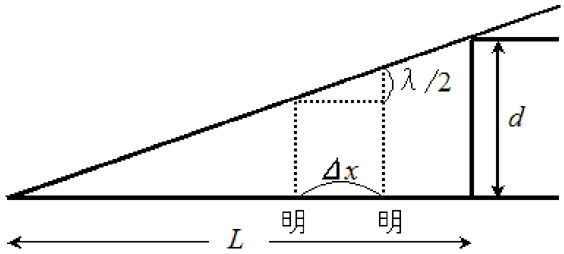
【方針】

２つの反射光の光路差が波長の整数倍のとき、干渉により光が強め合うことに気づく。この点を踏まえて、「原則１２．干渉の条件式」の知識を利用して解く。

【解答】

②

【解説】



（図はWEB上で見つからなかったため自作）

明線の間隔を $\Delta x\ (= 0.25 \times 10^{-3}\ [\mathrm{m}])$ とおくと、上図に示した比例関係から、次式を得る。

$$\frac{d}{L} = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\Delta x} \qquad \therefore d = \frac{L\lambda}{2\Delta x}$$

よって、この式に $L = 40 \times 10^{-3}$ [m] 、$\lambda = 500 \times 10^{-9}$ [m] 、$\Delta x = 0.25 \times 10^{-3}$ [m] を代入すると、

$$d = \frac{40 \times 10^{-3} \times 500 \times 10^{-9}}{2 \times 0.25 \times 10^{-3}} = 4.0 \times 10^{-5}\ [\mathrm{m}] = 0.04\ [\mathrm{mm}]$$

と求まる。

第９問

原則１３．光子の運動量とエネルギー　　　　→　問１～問３に利用

波長 $\lambda\,[\mathrm{m}]$（振動数 $\nu\,[\mathrm{Hz}]$ ）の光子がもつ運動量 $p\,[\mathrm{kg \cdot m/s}]$ は、次式で表される。なお、h はプランク定数：$h = 6.63 \times 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}]$ で、c は光速：$c = 3.00 \times 10^{8}\,[\mathrm{m/s}]$ である。

$$p = \frac{hc}{\nu} = \frac{h}{\lambda}$$

また、波長 $\lambda\,[\mathrm{m}]$（振動数 $\nu\,[\mathrm{Hz}]$ ）の光子がもつエネルギー $E\,[\mathrm{J}]$は、次式で表される。

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

上式より、電圧 $V\,[\mathrm{V}]$ により加速された電子の運動エネルギーの全てが波長 $\lambda\,[\mathrm{m}]$ の光子のエネルギーに変換されるとき、次式が成り立つことがわかる。なお、e は電子の電荷の大きさ：$e = 1.60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}]$ である。

$$eV = \frac{hc}{\lambda}$$

問１～問３

【方針】

電子の運動エネルギーの全てが X 線（光子）のエネルギーに変わるとき、X 線の波長は最短になることに気づく。この点を踏まえて、「原則１３．光子の運動量とエネルギー」の知識を利用して順に解いてゆく。

【解答】

（問１）②

（問２）③

（問３）④

【解説】

（問１）

加速電圧を $V\,(= 80 \times 10^{3}\,[\mathrm{V}])$ 、電子の電荷を $-e\,(= -1.60 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}])$ とおくと、電子の運動エネルギー $K\,[\mathrm{J}]$ は、

$$K = eV = 1.60 \times 10^{-19} \times 80 \times 10^{3} = 1.28 \times 10^{-14} \fallingdotseq 1.3 \times 10^{-14}\,[\mathrm{J}]$$

と求まる。

（問２）

真空中の光の速さを $c\,(= 3.00 \times 10^{8}\,[\mathrm{m/s}])$ 、プランク定数を $h\,(= 6.63 \times 10^{-34}\,[\mathrm{J \cdot s}])$ 、X 線の最短波長を $\lambda_0\,[\mathrm{m}]$ とおくと、電子の運動エネルギーの全てが X 線（光子）になる時の波長が $\lambda_0\,[\mathrm{m}]$ であるから、次式が成り立つ。

$$\frac{hc}{\lambda_0} = K$$

よって、前問の結果を用いて、λ_0 [m] は、

$$\lambda_0 = \frac{hc}{K} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3.00\times10^{8}}{1.28\times10^{-14}} = 1.55\times10^{-11} \fallingdotseq 1.6\times10^{-11}\ [\mathrm{m}]$$

と求まる。

（問３）

前問の結果より、求めるＸ線の運動量 p_0 [kg・m/s] は、

$$p_0 = \frac{h}{\lambda_0} = \frac{6.63\times10^{-34}}{1.55\times10^{-11}} = 4.27\times10^{-23} \fallingdotseq 4.3\times10^{-23}\ [\mathrm{kg\cdot m/s}]$$

となる。