1. 光学

○ 原則

屈折の法則(スネルの法則)　媒質 A と B における絶対屈折率が、それぞれ n_A、n_Bで、媒質 A から媒質 B への入射角と屈折角が、それぞれθ_A、θ_Bのとき、$\dfrac{n_A}{n_B}=\dfrac{sin\theta_B}{sin\theta_A}$の関係が成り立つ。

○解答

1〜3

【方針】

媒質の異なる二種類の材料に、平面波が伝わるという問題である。屈折率の違いにより、それぞれの媒質における波の速さが異なることに注意する。屈折の法則を用いて解く。

【解説】

媒質 I と II の屈折率をそれぞれ n_I、n_{II}、波の速さを v_I、v_{II}、波長を λ_I、λ_{II}とする。屈折の法則より、

$$\frac{n_{II}}{n_I}=\frac{\sin 30°}{\sin 25°}=\frac{\lambda_I}{\lambda_{II}}=\frac{v_I}{v_{II}} \quad (1\text{-}1)$$

が成り立つ。よって、$\lambda_{II}=\dfrac{0.423}{0.500}\times 0.20\cong\underline{0.17}\ (\mathrm{m})$となる。

4〜6

【方針】

式(1-1)を用いる。

【解説】

$v_I=\dfrac{0.20}{0.25}=0.8\,(\mathrm{m/s})$より、$v_{II}=\dfrac{0.423}{0.500}\times v_I\cong\underline{0.68}\ (\mathrm{m/s})$である。

2. 惑星

○原則

万有引力の法則　二つの物体の間の引力は、物体の質量 m に比例し、物体間の距離 R の二乗に反比例する。万有引力定数を G とすると、万有引力は$F=G\dfrac{mM}{R^2}$と表わされる。

○解答

問 1 (7, 8)

【方針】

地球と月の質量が相互に作用することから、万有引力の法則を用いればよい。求めるものは、月と地球の半径の比であるので、月と地球のそれぞれについて万有引力の法則に関する式をたてる。

【解説】

万有引力定数を G、地球と月の質量をそれぞれ M、M' とする。地球の表面にある物体の質量を m とすると、万有引力の法則より、

$$mg = G\frac{mM}{R^2} \quad (7\text{-}1)$$

が成り立つ。月の表面では、同様にして

$$m\frac{g}{6} = G\frac{mM'}{R'^2} \quad (7\text{-}2)$$

となる。式(7-1)と(7-2)より、重力 $g = G-\dfrac{M}{R^2} = G\dfrac{6m'}{R'^2}$ が得られる。

ここで、地球の質量 $\mathrm{M} = \dfrac{4}{3}\pi R^3\rho$ と月の質量 $\mathrm{M'} = \dfrac{4}{3}\pi R'^3\rho'$ を代入して、

$$\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2} = \frac{6\frac{4}{3}\pi R'^3\pi\rho'}{R'^2} \leftrightarrow R\rho = 6R'\rho'$$

となり、月の半径は $R' = \dfrac{1}{6}\dfrac{\rho}{\rho'}R = \dfrac{1}{6}\times\dfrac{3}{2}\times R =$ 1/4 R である。

問 2 (9)

【方針】

距離を求める問題であり、速度を用いて運動方程式をたてる。速度は、月の公転周期から導出する。

【解説】

月の速度は $2\pi/T$ と書ける。月の円運動の運動方程式は、

$$\mathrm{M'}L\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = G\frac{MM'}{L^2} = \frac{gR^2}{M}\times\frac{MM'}{L^2}$$

である。式変形をして、$L^3 = g\left(\dfrac{RT}{2\pi}\right)^2$ の関係が得られるので、解は②である。

問 3 (10)

【方針】

万有引力は保存力であり、位置エネルギーを持つ。便宜的に、無限遠を基準（R→∞における位置エネルギーが 0）とおいて計算するとよい。物体が無限遠まで飛び去るのに必要なエネルギーは、無限遠での運動エネルギーとポテンシャルの和が 0 以上となるときである。

【解説】

力学的エネルギー保存則から、

$$E+\left(-\mathrm{G}\frac{mM}{R}\right)\geq 0+0$$

が成り立てばよい。よって、打ち上げ時の運動エネルギーの最小値は、$E\geq G\cdot\dfrac{mM}{R}=mgR$ となり、解は⑤である。

3. 熱力学

○原則

熱力学第一法則　熱力学におけるエネルギー保存則を熱力学第一法則といい、$\Delta U=\delta Q-\delta W$ の関係がある。ここで、ΔU は系の内部エネルギーの変化量、δQ は系に与えられた熱量、$-\delta W$ は系から取り出された仕事である。

熱量保存則　比熱 c [J/g/K]は、単位質量の物質の熱容量であり、$Q=mc\Delta T$ の関係がある。温度差のある物質どうし間では、熱伝導が生じ、両物質が熱平衡に達する。

○解答

問 1 (11, 12)

【方針】

熱量保存側に当てはめればよい。液体の熱量変化は三物体の熱量変化に等しい。

【解説】

熱量保存則より、

$$3\times200\times2.0\times(100-T)=400\times4.0\times(T-0)$$

が成り立つので、$T\simeq\underline{43}$ (℃)となる。

問 2 (13, 14)

【方針】

問 1 と同様。液体の熱量変化は、物体 A の熱量変化に等しい。

【解説】

熱量保存側より、

$$200\times2.0\times(100-T_A)=400\times4.0\times(T_A-0)$$

が成り立つ。よって $T_A\simeq\underline{20}$ (℃)である。

問 3 (15, 16)

【方針】

熱量保存側に当てはめればよい。液体の熱量変化は、物体 B の熱量変化に等しい。物体 B を入れる前の液体の温度は T_A となっていることに注意する。

【解説】

熱量保存則より、

$$200\times2.0\times(100-T_B)=400\times4.0\times(T_B-T_A)$$

よって、$T_B\simeq\underline{36}$ (℃)である。

問 4 (17, 18)

【方針】

問２と同様。

【解説】

熱量保存則より、

$$200\times2.0\times(100-T_C)=(400\times4.0+200\times2.0)(T_C-T_B)$$

よって $T_C \fallingdotseq \underline{47}$ (℃)が得られる。

4. 電磁気

○原則

オームの法則　電位は $V=RI$ と表される。R [Ω]は抵抗である。電荷 Q [C]とコンデンサー容量 C [F]の間には、$Q=CV$ の関係が成り立つ。

キルヒホッフの第二法則　電気回路の任意の閉じた経路において、電位差の和は 0 となる。

○ 解答

問 1 (19)

【方針】

接地点 C の電位が 0 V、電源の正側が 24 V は、どのような状況でも変わらない。難しく考えすぎずに、自分なりの基準点と閉回路を設定し、キルヒホッフの第二法則をたてればよい。例えば、B 点は、24V から抵抗 R_1により低下した電位（$24-R_1I_1$）V とも表せるし、0Vから抵抗R3分だけ上昇した電位($0+R_3I_3$)Vでも表せる。解きやすい方法を用いればよい。

【解説】

コンデンサーC_1、C_2に蓄えられる電荷量を Q_1、Q_2とする。電源と C_1、C_2を含む閉回路でキルヒホッフの第二法則をたてると、

$$24-\frac{Q_1}{C_1}-\frac{Q_2}{C_2}=0$$

となる。はじめ、全てのコンデンサーに電荷がなかったため、電荷量保存則より $Q_1=Q_2$である。よって、$Q_1=Q_2=16$(μC)となり、D 点の電位は、$V_D=\frac{Q_2}{C_2}=\underline{8}$ (V)となる。

問 2 (20, 21)

【方針】

問１の V_Dを用いる。

【解説】

C_2に蓄えられた静電エネルギーは、$W=\frac{1}{2}C_2V_D^2=\underline{6.4}\times10^{-5}$ (J)である。

問 3 (22, 23)

【方針】

各抵抗に流れる電流を求めればよい。

【解説】

R_1、R_2、R_3に流れる電流をそれぞれ I_1、I_2、I_3とする。R_1、R_2、R_3をまとめて一つの抵抗 R とすると、

$$R = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (22\text{-}1)$$

である。電源と R を含む閉回路において、キルヒホッフの第二法則より、

$$24 - I_1 R = 0 \ (22\text{-}2)$$

が成り立つ。R_2、R_3を含む閉回路において、キルヒホッフの第二法則より、

$$R_2 I_2 = R_3 I_3 \ (22\text{-}3)$$

となる。また、$I_1 = I_2 + I_3$の関係より、式(22-1)、(22-2)、(22-3)から、

$$R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{24}{I_1} = \frac{24}{I_2 + I_3} = \frac{24}{\frac{R_3}{R_2} I_3 + I_3}$$

が成り立つ。したがって R_1=<u>2.5</u> (Ω)が得られる。

問 4 (24, 25)

【方針】

問１から V_Dの値が得られるので、問３から得られる V_Bの式に代入すればよい。

【解説】

式(22-1)、(22-2)を用いてキルヒホッフの第二法則より、

$$V_B = 24 - R_1 \mathrm{I}_1 = 24 - R_1 \times \frac{24}{R} = 24 - \frac{R_1}{R_1 + 7.5} \times 24$$

ここで、$V_B = V_D$となるには

$$8 = 24(1 - \frac{R_1}{R_1 + 7.5})$$

が成り立てばよい。よって R_1=<u>15</u> (Ω)となる。

問 5 (26, 27)

【方針】

十分時間が経つと、コンデンサーに電荷が蓄積され、電位が生じる。このとき、コンデンサーには電流が流れない。様々な解き方があるが、ここでは、V_{BD} がコンデンサーC_3 の電位に等しいことを利用する。

【解説】

式(22-1)、(22-2)より I_1=2(A)であるので、点 B の電位は、V_B=24－4.5×2＝15（V）である。電源と C_1、C_2 を含む閉回路におけるキルヒホッフの第二法則から、

$$24-\frac{Q_1}{C_1}-\frac{Q_2}{C_2}=0 \quad (26\text{-}1)$$

よって、$Q_1=\frac{1}{2}\left(4.8\times10^{-5}-Q_2\right)$である。また、B-D 間の電位差は、

$$V_{BD}=V_B-V_D=15-\frac{Q_2}{C_2} \quad (26\text{-}2)$$

これが、$-\frac{Q_3}{C_3}$に等しいので、$Q_3=\frac{1}{4}(2.7\times10^{-5}-3Q_2)$である。D 点における電荷量保存則より、$Q_1=Q_2+Q_3$であるので、

$$(2.4\times10^{-5}-\frac{1}{2}Q_2)=Q_2+(\frac{2.7}{4}\times10^{-5}-\frac{3}{4}Q_2)$$

となり、Q_2=<u>2.3</u>×10^{-5}(C)が得られる。

問 6 (28, 29)

【方針】

問 5 と同様。

【解説】

式(26-2)より、V_{BD}=<u>3.5</u> (V)である。

5. 力学

○原則

力のモーメント　物体に回転を生じさせる力の量を、力のモーメント（回転力）[Nm]と言う。力を $\boldsymbol{F}$、力の作用点の位置を $\boldsymbol{r}$ とすると、力のモーメントは、$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ で表される。回転には、力の垂直成分だけが寄与する。

力のつりあい 2 つの力が同一直線上にあって、且つ同じ大きさで反対方向を向いているとき、物体は等速度運動する（力がつりあう）。力のつりあいの式を求める場合、力の方向を分解する必要がある。その分解方向は自由である。

摩擦力　静止している間の摩擦力が静止摩擦力であり、動き始めの静止摩擦力が最大静止摩擦力（＝μ（静止摩擦係数）×N（垂直抗力））である。滑り出した後は、動摩擦力と言う。

○ 解答

問 1 (30, 31)

【方針】

まずは点 A、点 B で棒にはたらく力を全て書き出す。点 A には、垂直抗力 R_A と摩擦力 f_A、点 B には垂直抗力 R_B と摩擦力 f_B がかかる。棒には他に重力 W がはたらく。

【解答】

滑り出す直前では、$f_A=\mu R_A$、$f_B=\mu R_B$ の関係が成り立つ。水平方向の力のつりあいより、

$$R_B \sin\theta = f_B \cos\theta + \mu R_A \quad (30\text{-}1)$$

が成り立つ。垂直方向の力のつりあいより、

$$W = R_B \cos\theta + f_B \sin\theta + R_A \quad (30\text{-}2)$$

が成り立つ。式(30-1)、(30-2)より

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\mu}$$

より、解は⑥となる。

$$\frac{W}{R_B} = \frac{1+\mu^2}{\mu}\sin\theta$$

となり、解は①となる。

問 2 (32)

【方針】

物体が動かないので、運動方程式や力学的エネルギー保存則を用いることができない。速度や加速度を使わない、力のつりあいとモーメントを駆使して解けばよい。

【解答】

AB の長さは $\dfrac{h}{\sin\theta}$ である。点 A の周りの力のモーメントより、

$$(W\cos\theta) \times \frac{L}{2} = R_B \times \frac{h}{\sin\theta} \quad (32\text{-}1)$$

と書ける。よって、$R_B = \dfrac{LW\sin 2\theta}{4h}$ となり、解は②である。

問 3 (33)

【方針】

問 1 と問 2 を利用して、解答欄に合うように、数式をいじる。

【解答】

式(30-2)、(32-1)より

$$\frac{\mu W}{(1+\mu^2)\sin\theta} = \frac{LW\sin\theta\cos\theta}{2h}$$

よって、$\cos\theta - \cos 3\theta = \dfrac{2\mu h}{L(1+\mu^2)}$ となり、解は⑥である。

問 4 (34, 35)

【方針】

棒にかかる力を全て全て書き出す。棒には、糸の張力 T、重力 W、斜面からの垂直抗力 R がはたらく。

【解答】

棒状の上端を中心とした力のモーメントより、

$$W\cos\theta\times\frac{L}{2}=R\sin\theta\times L$$

よって、$\frac{R}{W}=$ $\underline{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ となる。

問 5 (36～38)

【方針】

解答欄に合うように、三角関数をいじる。

【解答】

水平方向の力のつりあいより、

$$T\sin\alpha=R\sin 30^\circ \quad (36\text{-}1)$$

垂直方向の力のつりあいより、

$$T\cos\alpha+R\sin 30^\circ = W (36\text{-}2)$$

式(36-1)、(36-2)を用いて $\frac{R}{W}=\frac{\sqrt{3}}{6}$ から、$T\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{12}W$ 、$T\cos\alpha=\frac{3}{4}W$ が得られる。それぞれを 2 乗して足し合わせると、$(T\sin\alpha)^2+(T\cos\alpha)^2=T^2=\frac{7}{12}W^2$ となる。よって、

$\frac{T}{W}=$ $\underline{\frac{\sqrt{21}}{6}}$ となる。