①力学

◯原則

1、単振動の周期・・(1)に利用

バネ定数k[N/m]のバネに鉛直につるされた質量m[kg]のおもりを振動させると、おもりは単振動を行う。このときの単振動の周期をT[s]、振動数をf[Hz]とすると、

$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ が成立する。

２、合成バネ定数・・(1)に利用

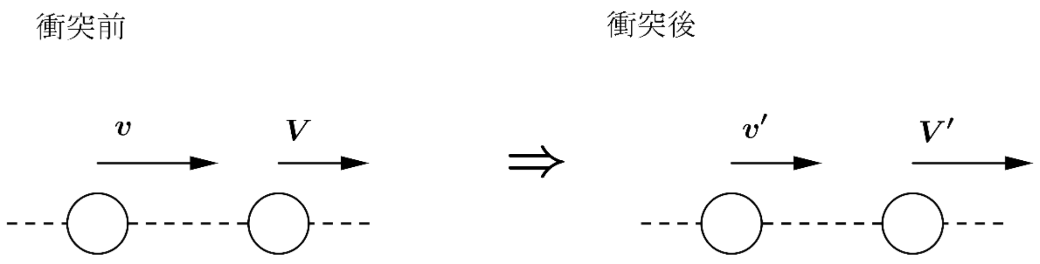
複数のバネを直列・並列につないだとき、バネ全体を引く力F[N]とバネ全体ののびx[m]は比例し、$F = Kx$ と表せる。このときの比例定数K[N/m]を合成バネ定数と呼ぶ。

バネ定数がそれぞれk_1，k_2である２つのバネを直列・並列につないだときの合成バネ定数Kについて、以下の関係が成立する。

直列：　$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

並列：　$K = k_1 + k_2$

３、反発係数・・(2)に利用



図のように、一直線上を運動している２物体の速度をそれぞれv，Vとする。これらの２物体が衝突し、速度がそれぞれv'，V'になったとき、反発係数eは

$e = -\frac{v'-V'}{v-V}$ で与えられる。

◯解答

(1)

(a)

【方針】

バネが直列・並列につながれているときは、原則２を利用して合成バネ定数を求め、仮想的な単一のバネに置き換えて考えていけば良い。バネにつながれた物体は単振動をするので、原則１を利用して振動数を求める。

【解説】

与えられたバネのバネ定数をkとおく。このバネに質量mのおもりをつるして振動させると、原則１より、振動数fは

$$\frac{1}{f}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\therefore f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}\ \cdots\cdots①$$

また、２本のバネを直列につないだときの合成バネ定数をk_aとおくと、原則２より

$$\frac{1}{k_a}=\frac{1}{k}+\frac{1}{k}=\frac{2}{k}$$

$$\therefore k_a=\frac{k}{2}\ \cdots\cdots②$$

よって、求める振動数をf_aとすると、①②より

$$f_a=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_a}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\frac{1}{\sqrt{2}}f\ \cdots\cdots(答)$$

(b)

【方針】

バネのつなぎ方が異なるだけなので、(a)と全く同じ流れで振動数を求めることができる。

【解説】

(a)と同様に、２本のバネを並列につないだときの合成バネ定数をk_bとおくと、原則２より

$$k_b=k+k=2k\ \cdots\cdots③$$

よって、求める振動数をf_bとすると、①③より

$$f_b=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_b}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{2}f\ \cdots\cdots(答)$$

(c)

【方針】

複雑につながれたバネに対しても、原則２を適用して次々にバネを合成していけば良い。合成の仕方こそ異なるが、電気回路における合成抵抗を求める要領で合成していけば良い。

【解説】

与えられたバネの合成バネ定数をk_cとおくと、原則２より

$$\frac{1}{k_c}=\frac{1}{k_b}+\frac{1}{k}=\frac{1}{2k}+\frac{1}{k}=\frac{3}{2k}$$

$k_c=\frac{2}{3}k$ ……④

よって、求める振動数をf_cとすると、①④より

$$f_c=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_c}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{3m}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{2}{3}}f \quad \text{……(答)}$$

(2)

(a)

【方針】

２物体に対して、衝突する際にはたらくのは内力であるから、運動量保存の法則が成立する。また、原則３より反発係数の式が成立する。衝突問題では、これら２つの式をたて、不要な文字を消去していけば良い。

【解説】

小球１及び小球２の質量をmとする。また、衝突直後の小球１の速度をv'、小球２の速度をV'とおく。ただし、速度の符号は問題文図２の右向きを正とする。

衝突の前後で、運動量は保存するので

$mv=mv'+mV'$

$\therefore v'=v-V'$ ……⑤

また、原則３より、反発係数の関係から

$$e=-\frac{v'-V'}{v-0}$$

$\therefore ev=V'-v'$ ……⑥

⑥に⑤を代入し、V'について解くと、

$V'=\frac{1+e}{2}v$ ……⑦

となる。よって、求める速さは $\frac{1+e}{2}v$ ……(答) である。

(b)

【方針】

最高到達点や最下点の高さや速さが与えられたり、これらの値を求めたりする問題では、力学的エネルギー保存の法則を利用すればよいものが多い。この問題では、衝突前の小球１の力学的エネルギー及び衝突後の小球２の力学的エネルギーが保存するので、これらの式から不要な文字を消去していけば良い。

【解説】

衝突前の小球１の力学的エネルギーは保存するので、糸の長さをl、重力加速度をgとすると

$$mgl(1-\cos\alpha)=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore v=\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}\ \cdots\cdots⑧$$

ただし、衝突する瞬間の位置を位置エネルギーの基準とした。

また、同様に衝突後の小球２の力学的エネルギーは保存するので、

$$\frac{1}{2}mV'^2=mgl(1-\cos\beta)$$

$$\therefore V'=\sqrt{2gl(1-\cos\beta)}\ \cdots\cdots⑨$$

よって、⑧⑨を⑦に代入すると

$$\sqrt{2gl(1-\cos\beta)}=\frac{1+e}{2}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}$$

$$\frac{1+e}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\beta}{1-\cos\alpha}}$$

$$\therefore e=2\sqrt{\frac{1-\cos\beta}{1-\cos\alpha}}-1\ \cdots\cdots(\text{答})$$

②次元解析と熱

◯原則

１、理想気体の状態方程式・・$\boxed{\mathrm{B}}$(1)に利用

圧力p[Pa]，体積V[m^3]，物質量n[mol]，温度T[K]の理想気体に対して、気体定数をRとすると $pV = nRT$ が成立する。この式を理想気体の状態方程式と呼ぶ。

さらに、この式の両辺をnでわると、$p \cdot \frac{V}{n} = RT$ となるので、

1mol当たりの体積をv[m^3/mol]とすると $pv = RT$ が成立する。

２、定積モル比熱と定圧モル比熱・・$\boxed{\mathrm{B}}$(3)に利用

単原子分子理想気体では、気体定数をRとすると、定積モル比熱C_v[J/(mol・K)]及び定圧モル比熱C_p[J/(mol・K)]はそれぞれ次式のように与えられる。

$C_v = \frac{3}{2}R$

$C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$

◯解答

$\boxed{\mathrm{A}}$

(1)

【方針】

等式の両辺では次元が必ず等しくなる。このことを利用して、両辺のM，L，Tの指数をそれぞれ比較し、未知数を決定していけば良い。線密度など次元が考えにくい量については、物理量の元々の定義を考え、単位から次元を導き出していけば良い。

【解答】

振動数fは1s当たりの振動の回数であるから、次元は[T^{-1}]である。

また、弦の長さlの次元は[L]、弦の張力Fの次元は[MLT^{-2}]である。

さらに、弦の線密度ρは、1m当たりの質量であるから、次元は[ML^{-1}]である。

ϕは次元をもたない係数であるから、$f = \phi l^x F^y \rho^z$ より

$[\mathrm{T}^{-1}] = [\mathrm{L}^x \times (\mathrm{MLT}^{-2})^y \times (\mathrm{ML}^{-1})^z]$

$[\mathrm{T}^{-1}] = [\mathrm{M}^{y+z}\mathrm{L}^{x+y-z}\mathrm{T}^{-2y}]$

である。両辺の指数を比較すると、

$$\begin{cases} y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \\ -2y = -1 \end{cases}$$

となり、この連立方程式を解くと、$x = -1$，$y = \frac{1}{2}$，$z = -\frac{1}{2}$ ……(答) である。

(2)

【方針】

(1)と同様に、与えられた等式の両辺の次元を考えていけば良い

【解答】

音の速さVの次元は[$\mathrm{LT^{-1}}$]である。

また、大気圧の大きさpは、$1\mathrm{m}^2$当たりにかかる力であるから、次元は[$\mathrm{ML^{-1}T^{-2}}$]である。

さらに、空気の密度dは、$1\mathrm{m}^3$当たりの質量であるから、次元は[$\mathrm{ML^{-3}}$]である。

よって、$V = \phi p^x d^y$ より

$$[\mathrm{LT^{-1}}] = [(\mathrm{ML^{-1}T^{-2}})^x \times (\mathrm{ML^{-3}})^y] = [\mathrm{M}^{x+y}\mathrm{L}^{-x-3y}\mathrm{T}^{-2x}]$$

である。両辺の指数を比較すると、

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ -x - 3y = 1 \\ -2x = -1 \end{cases}$$

となり、この連立方程式を解くと、$x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$ ……(答) である。

$\boxed{\mathrm{B}}$

(1)

(a)

【方針】

問題文で与えられた関係式を使うと、直ちに答えを得ることができる。問題文が長いので、状態変化と物理量の変化の過程を整理しながら読み進めていく必要がある。

【解説】

AからBへの状態変化は断熱変化であり、断熱変化では $Pv^\gamma =$ 一定 が成立するので、求める関係式は $P_1 {v_1}^\gamma = P_0 {v_2}^\gamma$ ……(答) である。

(b)

【方針】

理想気体に対しては常に状態方程式が成立する。A，B，C３つの状態に対して状態方程式をたて、不要な文字を消去すれば、直ちに求める関係式を得ることができる。

【解説】

原則１より、状態A，B，Cにおける理想気体の状態方程式はそれぞれ以下のようになる。ただし、気体定数をRとする。

A： $P_1 v_1 = RT_0$ ……①

B： $P_0 v_2 = RT_1$ ……②

C： $P_2 v_2 = RT_0$ ……③

よって、①③より状態Aと状態Cの間には $P_1 v_1 = P_2 v_2$ ……(答) が成立する。

(c)

【方針】

問題文の誘導に従い、(a)(b)で得られた式からv_1, v_2を消去すれば良い。

【解答】

(b)の答えを式変形すると、$\frac{v_2}{v_1}=\frac{P_1}{P_2}$ となる。また、(a)の答えを式変形すると $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\gamma=\frac{P_1}{P_0}$ となるので、これら２式から$\frac{v_2}{v_1}$を消去すると、

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^\gamma=\frac{P_1}{P_0}$$

両辺対数をとると

$$\log_e\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^\gamma=\log_e\frac{P_1}{P_0}$$

$$\gamma\log_e\frac{P_1}{P_2}=\log_e\frac{P_1}{P_0}$$

$$\therefore\gamma=\frac{\log_e\frac{P_1}{P_0}}{\log_e\frac{P_1}{P_2}}=\frac{\log_e P_1-\log_e P_0}{\log_e P_1-\log_e P_2}\ \cdots\cdots(答)$$

(d)

【方針】

問題文で与えられた近似を使って、(c)の式変形を進めていけば良い。

【解説】

$P_1=P_0+\Delta P_1$ であるから、

$$\log_e P_1=\log_e(P_0+\Delta P_1)=\log_e P_0\left(1+\frac{\Delta P_1}{P_0}\right)=\log_e P_0+\log_e\left(1+\frac{\Delta P_1}{P_0}\right)$$

ここで $\frac{\Delta P_1}{P_0}\ll 1$ であるから、$\log_e\left(1+\frac{\Delta P_1}{P_0}\right)\fallingdotseq\frac{\Delta P_1}{P_0}$ と近似できる。よって

$$\log_e P_1\fallingdotseq\log_e P_0+\frac{\Delta P_1}{P_0}$$

同様に、$P_2=P_0+\Delta P_2$ より $\log_e P_2\fallingdotseq\log_e P_0+\frac{\Delta P_2}{P_0}$ となる。

これらの２式を(c)の答えに代入すると、

$$\gamma=\frac{\log_e P_1-\log_e P_0}{\log_e P_1-\log_e P_2}=\frac{\left(\log_e P_0+\frac{\Delta P_1}{P_0}\right)-\log_e P_0}{\left(\log_e P_0+\frac{\Delta P_1}{P_0}\right)-\left(\log_e P_0+\frac{\Delta P_2}{P_0}\right)}=\frac{\frac{\Delta P_1}{P_0}}{\frac{\Delta P_1}{P_0}-\frac{\Delta P_2}{P_0}}=\frac{\Delta P_1}{\Delta P_1-\Delta P_2}\ \cdots\cdots(答)$$

(2)

【方針】

グラフを描くためには、状態変化A → B，B → Cで、P及びvが増加するか減少するか変化しないかを確認しておく必要がある。(1)で得られた関係式や状態方程式から、これらの値の増減を確認していけば良い。なお、問題文に“P_0よりわずかに高い圧力P_1”とあるので、$P_0 < P_1$ であることが分かる。また、問題文に“温度はT_1に下がり”とあるので、$T_1 < T_0$ であることが分かる。

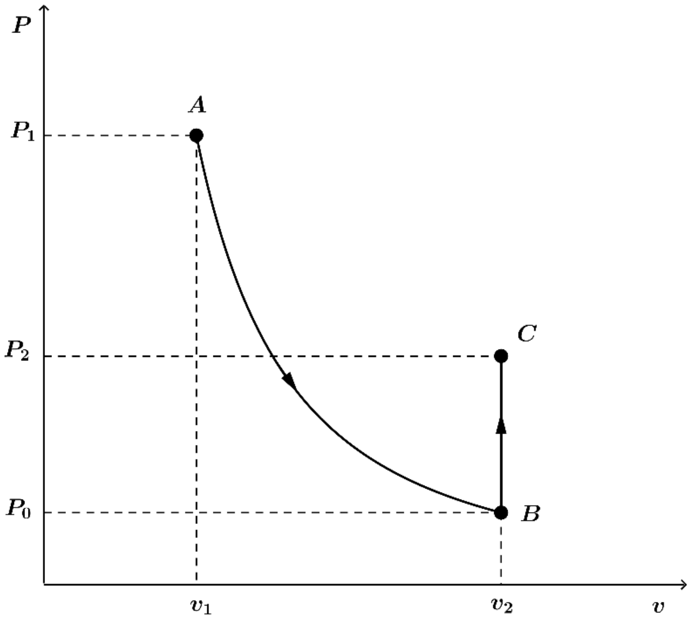
【解説】

A：(P_1, v_1, T_0) → B：(P_0, v_2, T_1) の状態変化において、題意より $P_0 < P_1$ である。また、(1)(a)の答えより、$P_1 {v_1}^{\gamma} = P_0 {v_2}^{\gamma}$ である。よって、$P_0 < P_1$ 及び $0 < \gamma$ より $v_1 < v_2$……④ となる。

一方、B：(P_0, v_2, T_1) → C：(P_2, v_2, T_0) の状態変化では、(1)(b)の答えより、$P_1 v_1 = P_2 v_2$ である。ここで、④より $v_1 < v_2$ であるから $P_2 < P_1$ ……⑤ であることがわかる。また、題意より $T_1 < T_0$ である。ここで、②÷③より

$\frac{P_0}{P_2} = \frac{T_1}{T_0}$ となる。よって $T_1 < T_0$ より $P_0 < P_2$ ……⑥ となる。

④⑤⑥のP，vの大小関係に注意して図を描くと以下の図のようになる。



……(答)

(3)

【方針】

単原子分子理想気体に対しては、原則２の定積モル比熱・定圧モル比熱を使うことができる。これらの値を使うと答えは直ちに導かれる。

【解説】

原則２より

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3}$ ……(答)

(4)

【方針】

空気の主成分が単原子分子でないことから、解答の予想をつけることができる。

【解説】

空気の主成分は窒素や酸素であり、これらの気体は単原子分子ではないため。……(答)

【参考】

高校物理の学習内容を超えるが、単原子分子でない（二原子分子などの）気体の定積モル比熱及び定圧モル比熱は、原則２のモル比熱よりも大きな値となる。その理由は、これらの分子は重心のまわりの回転運動や振動運動をするためであり、与えられた熱量の温度上昇に寄与する割合が減少するためである。

③電磁気

◯原則

１、電流・・(1)に利用
断面積$S[\mathrm{m}^2]$の導体を、電荷$-e[\mathrm{C}]$，数密度$n[/\mathrm{m}^3]$の自由電子が速さ$v[\mathrm{m/s}]$で通過するとき、電流の大きさ$I[\mathrm{A}]$は $I = envS$ で与えられる。

２、ローレンツ力・・(2)に利用
磁束密度$B[\mathrm{T}]$の磁界中を、電荷$q[\mathrm{C}]$をもつ荷電粒子が磁界と垂直な方向に速さ$v[\mathrm{m/s}]$で運動するとき、荷電粒子が磁界から受けるローレンツ力$f[\mathrm{N}]$は、$f = qvB$ で与えられる。
また、ローレンツ力の向きはフレミング左手の法則で与えられる。

３、電界から受ける力・・(3)に利用
電荷$q[\mathrm{C}]$をもつ荷電粒子が電界$E[\mathrm{N/C}]$から受ける力$F[\mathrm{N}]$は、$F = qE$ で与えられる。

４、一様な電界中の電位・・(4)に利用
一様な電界$E[\mathrm{N/C}]$中で、電界の向きと平行に互いに$d[\mathrm{m}]$離れた地点間の電位差$V[\mathrm{V}]$は $V = Ed$ で与えられる。

◯解答

(1)

【方針】
自由電子と電流の関係についての設問であるから、原則１を利用することが容易に予想される。
【解説】
自由電子は断面積wdの導体中を運動するので、原則１より
$I = envwd$ ……(答)

(2)

【方針】
荷電粒子が磁界中を運動するときは、原則２を利用してローレンツ力を求める。
【解説】
原則２より、求める力の大きさは evB ……(答) である。
また、この力の向きはフレミング左手の法則より、y軸の負の方向 ……(答) である。

(3)

【方針】
電界からの力と磁界からの力のつりあいを利用して、電界の向きと大きさを決めていけば良い。
【解説】
⑵より、自由電子は磁界からy軸の負の方向に力を受けている。電界からの力と磁界からの力はつり合っているので、自由電子は電界からy軸の正の方向に力を受けていることがわかる。よって電界の向きはy軸の負の方向であり、求める向きは $\beta \to \alpha$ ……(答) である。
また、求める電界の大きさをEとする。原則３を利用し、自由電子に対する力のつりあいの式をたてると
$eE = evB$
$\therefore E = vB$ ……(答)

(4)
【方針】
一様な電界中の電位差は、原則４を使って求めることができる。
【解説】
求める電位差をVとすると、原則４より $V = Ew = vwB$
また、(1)の答えより、$v = \frac{I}{enwd}$ を代入すると、
$V = \frac{I}{enwd} \cdot wB = \frac{IB}{end}$ ……(答)

④ニュートンリング

○原則

１、位相のずれ・・(1)(5)に利用

波は自由端反射するときは位相がずれず、固定端反射をするときに位相がπずれる。

光については、屈折率が大きい媒質から入射し、屈折率の小さい媒質との境界面で反射が起こる場合は、自由端反射となり、位相はずれない。

屈折率が小さい媒質から入射し、屈折率の大きい媒質との境界面で反射が起こる場合は、固定端反射となり、位相はπずれる。

２、光の干渉・・(1)(2)(5)(6)に利用

屈折率nの媒質中の２点$\mathrm{S_1}$，$\mathrm{S_2}$から、同時刻に同位相の光が発射され、点Pで２つの光の干渉を調べる。光の波長を$\lambda[\mathrm{m}]$とすると、光路差の値により、以下のような干渉が起こる

$$n|\mathrm{S_1P}-\mathrm{S_2P}|=\begin{cases} s\lambda & \text{強め合う} \\ \left(s+\dfrac{1}{2}\right)\lambda & \text{弱め合う} \end{cases}$$

ただし、sは整数である。

また、反射などによって光の位相がずれ、２つの光の位相差がπになったとき、干渉についての強め合いと弱め合いの条件はお互いに入れ替わる。

○解答

(1)

【方針】

光の反射時の位相のずれは、原則１を使って判断すれば良い。

【解説】

原則１より

点Xでは光は自由端反射をするので位相に変化はない。点Yでは光は固定端反射をするので位相がπずれる。 ……(答)

理由：点Xで反射した光と点Yで反射した光が干渉することで光の明暗が生じる。

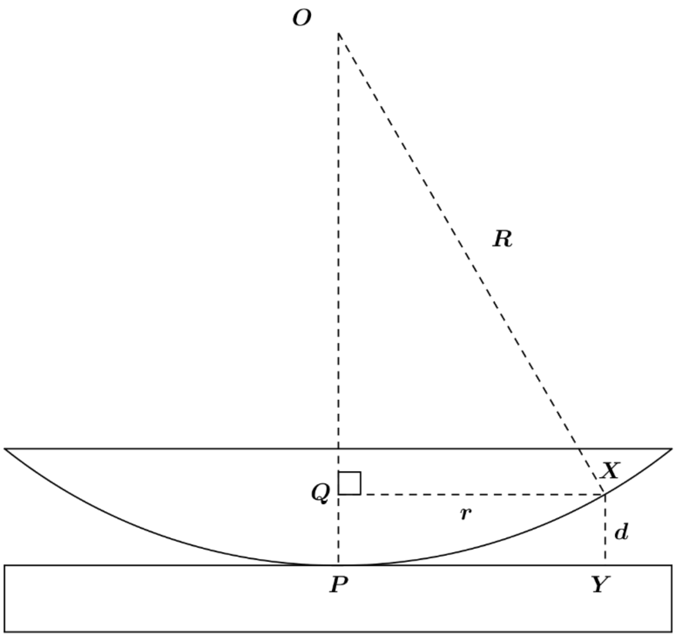
２つの光の光路差はレンズの中心から遠ざかるほど大きくなるので、明暗の縞模様が生じる。 ……(答)

(2)

【方針】

ニュートンリングの光路差の求め方は導出過程も含めて知っておく必要がある。光路差は明らかに$2d$であるから、dを三平方の定理や近似を使ってRやrで表せば良い。

【解説】



図のように、点Xから線分OPに垂線をおろし、交点をQとする。

$\mathrm{OP} = R$ であるから、$\mathrm{OQ} = R - d$ となる。

$\triangle$ OQXは直角三角形であるから、三平方の定理より

$R^2 = (R - d)^2 + r^2$

$0 = -2Rd + d^2 + r^2$

$2Rd \fallingdotseq r^2$

$\therefore d = \frac{r^2}{2R}$ ……①

となる。ただし、題意より $d \ll R$ であるからd^2の項は無視した。

また、点X，Yで反射する光の光路差は$2d$、位相差はπであるから、原則２より、光が弱め合うための条件は $2d = s\lambda$ である。①を代入すると

$2 \cdot \frac{r^2}{2R} = s\lambda$

$\therefore r = \sqrt{sR\lambda}$ ……(答)

(3)

【方針】

(2)で得られた式に、与えられた数値を代入すれば良い。ただし、単位はすべてmに変えて代入する必要がある。

【解説】

(2)の結果より、$R=\frac{r^2}{s\lambda}$ である。

この式に、$r=2.00\times10^{-3}$[m]，$s=2$，$\lambda=4.50\times10^{-7}$[m] を代入すると、

$R=\frac{(2.00\times10^{-3})^2}{2\times4.50\times10^{-7}}=\frac{20.0}{4.50}\fallingdotseq4.44$[m] ……(答)

(4)

【方針】

光は、赤橙黄緑青藍紫の順番に波長は短くなり、振動数は大きくなる。このことと(2)の結果から、答えは直ちに導かれる。

【解説】

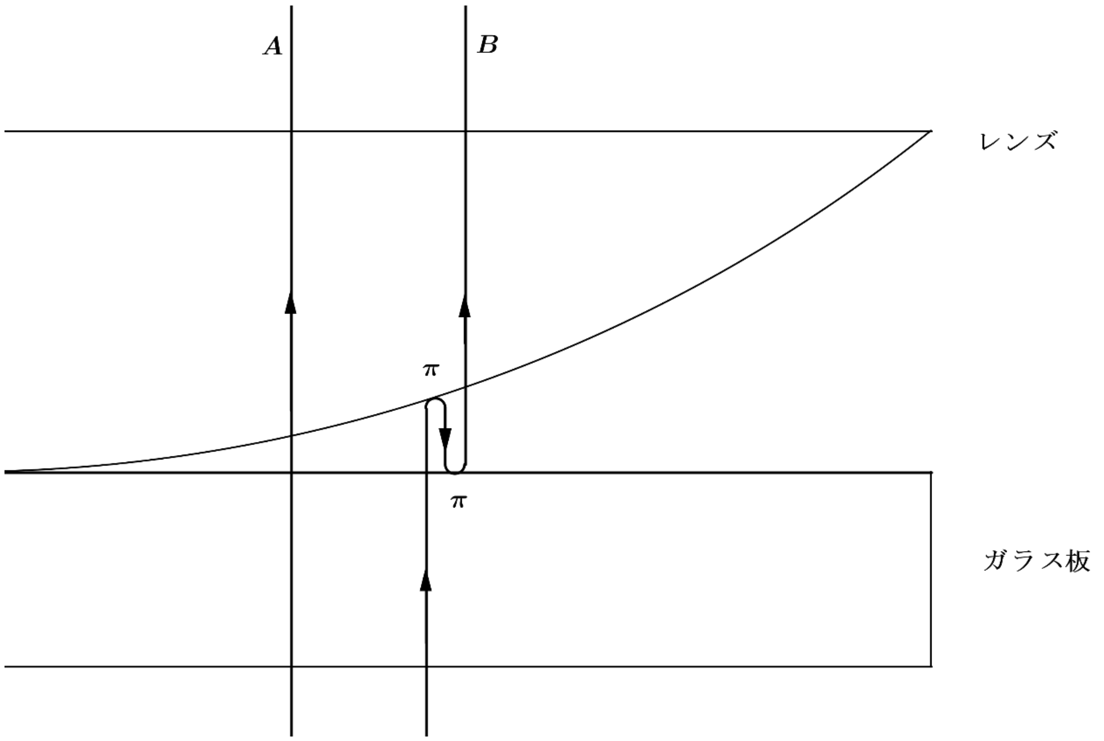
赤色の光は青色の光よりも波長が大きい。(2)の答えより、波長が大きければrも大きくなるので、赤色の単色光の方が暗輪の半径も大きくなる。 ……(答)

(5)

【方針】

(1)と同様に、反射時の位相の変化を考えていけば良い。

【解説】



ガラス板の下から光をあてたとき、光は図のA，Bのような経路をたどってレンズを通過する。Bでは２回固定端反射が起こるため、２つの光の位相にずれは生じない。

よって、上から光をあてた時と明暗の条件が逆転し、縞模様の明暗も逆転する。 ……(答)

(6)

【方針】

レンズとガラスの間に水を入れると、屈折率が異なるために光路差が変化する。屈折率に注意して原則２を適用すればよい。

【解説】

(2)と同様にして、原則２を利用すると、光が弱め合うための条件は

$$2m \cdot \frac{r'^2}{2R} = s\lambda$$

$$\therefore r' = \sqrt{\frac{sR\lambda}{m}} = \frac{1}{\sqrt{m}} r$$

よって求める割合は、$\frac{1}{\sqrt{m}}$倍 ……(答) である。