① 力学

○原則

1 力学的エネルギ保存則

物体の速度を変化させる際に必要な仕事を運動エネルギ（1/2 mv^2）と言い、物体がある位置 h [m]にいる状態で物体に蓄えられるエネルギを位置エネルギ（mgh）またはポテンシャルと言う。m [kg]は物体の質量、v [m/s]は物体の速度、g [m/s^2]は重力加速度である。

運動エネルギと位置エネルギの和のことを、力学的エネルギ[kg m^2/s^2]と言う。この力学的エネルギは、保存力だけを考慮するとき、常に保持される。保存力は、重力や弾性力や静電気力のことを指す。一方で、摩擦力や空気抵抗といった非保存力が関わると、力学的エネルギが減少し、物体が減速したり停止したりする。

・摩擦が関係ない場合（力学的エネルギ保存則）:
　力学的エネルギ＝運動エネルギ+位置エネルギ＝一定

・摩擦が関与する場合：
　力学的エネルギの減少量＝摩擦力のした仕事

2 力のつりあい

２つの力が同一直線上にあって、且つ同じ大きさで反対方向を向いているとき、物体は等速度運動する（力がつりあう)。力のつりあいの式を求める場合、力の方向を分解する必要がある。その分解方向は自由である。

3 遠心力

回転座標系で作用する慣性力の一つが、遠心力である。遠心力は mv^2/r と表される。r は回転座標系の半径[m]である。

4 力のモーメント

物体に回転を生じさせる力の量を、力のモーメント（回転力）[Nm]と言う。力を $\boldsymbol{F}$、力の作用点の位置を $\boldsymbol{r}$ とすると、力のモーメントは、$\boldsymbol{N}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{F}$ で表される。回転には、力の垂直成分だけが寄与する。

5 摩擦力（非保存力）

静止している間の摩擦力が静止摩擦力であり、動き始めの静止摩擦力が最大静止摩擦力（＝μ（静止摩擦係数）×N（垂直抗力)）である。滑り出した後は、動摩擦力と言う。

6 運動量保存則と反発係数

外力が加わらない時、２物体の運動量（mv [kg m/s]）は衝突前後で変わらない。２物体 A と B が完全弾性衝突する時、運動量と力学的エネルギが保存され、衝突前の互いに近づく速さ（v_A- v_B）と、衝突後の遠ざかる速さ（V_A- V_B）の比（反発係数）が 1 となる。

7 弾性力

フックの法則より、弾性力は kx と表される。k はばね定数[N]、x は自然長からの縮み[m]である。力のつりあいの式より、角振動数$\omega=(k/x)^{1/2}$[rad/s]が得られる。弾性力のポテンシャルは 1/2 kx^2 で表される。

〇解答の方針

問 1

点 A と小物体がレールから離れる点 C における、小物体にかかる力の向きをすべて書き出す。点 A では、重力と垂直抗力がはたらき、点 C では遠心力と重力がはたらき、垂直抗力は 0 である。点 C における速度を v_c、水平面となす角をθとする。

原則 1 を元に、力学的エネルギ保存則の式を立てる。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_c^2 + mgh \ \ (1-1)$$

次に、原則 2 と 3 を元に、円弧の中心方向における力のつりあいの式を立てる。

$$m\frac{v_c^2}{R} = mg\cos\theta + 0 \ (1-2)$$

式(1-1) に(1-2)を代入して、小物体の初速度 v_0を導出する。ここで、$R\cos\theta = h - R$の関係を用いることで、$v_0 = \sqrt{g(3h-R)}$が得られる。解は f である。

問 2

点 A と点 B における板にはたらく力をすべて書き出す。点 A では垂直抗力 N_Aと重力が、点 B では垂直抗力 N_Bと重力、静止摩擦力 Fがはたらく。板の質量を m、板の長さを $2l$、板と右の斜面のなす角θとする。

原則 2 を元に、点 A と点 B における、左斜面と水平方向および垂直方向のつりあいの式をたてる。

$$N_B - mg\cos 45^\circ = 0 \ (2-1)$$

$$N_A + F - mg\sin 45^\circ = 0 \ (2-2)$$

原則 4 を元に、板の重心（中心）における、時計回りおよび反時計回りの力のモーメントの式をたてる。

$$N_A l\sin\theta = N_B l\cos\theta + Fl\sin\theta \ \ (2-3)$$

式(2-1)と(2-2)を、(2-3)に代入し、 $N_B = \frac{mg}{\sqrt{2}}, F = \frac{mg}{2\sqrt{2}}(1 - \frac{1}{\tan\theta})$が求まる。

原則 5 を元に、最大静止摩擦力の関係式をたてる。

$$-0.3N_B \le F \le 0.3N_B$$

この式に先の N_Bと Fを代入して、$0.625 \le \tan\theta \le 2.5$ が得られる。解は a、b、c、d となる。

問 3

小物体と板にかかる力をすべて書き出す。小物体には、垂直抗力 N と重力 mg、摩擦力 νNがかかり、板には重力 $8mg$ と小物体からの垂直抗力 N、摩擦力νNがかかる。

板に対して静止する、というのは板と等速度運動することを意味するため、その時の速度を v とする。始状態の小物体と板の力学的エネルギの和と、等速度運動時の力学的エネ

ルギの和の変化量は、摩擦力がした仕事に等しい。原則 1 より、

$$\left(\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}8mv^2\right)-\frac{1}{2}mv_0^2=-0.4mgL\ (3-1)$$

板と床の間に摩擦がないため、板と小物体の間で運動量の和が保存される。原則 6 により、

$$mv_0=mv+8mv\ (3-2)$$

が成り立つ。式(3-1)に(3-2)を代入して、$v_0=\sqrt{0.9gL}$ が求まる。解は e である。

問 4

摩擦力がした仕事である、式(3-1)の右辺に$L=\frac{v_0^2}{0.9g}$ を代入して、$-\frac{4}{9}mv_0^2$ が得られる。解は c である。

問 5

ばねが伸びている間、力学的エネルギが保存される。始状態（伸び u）と自然長の時（伸び 0、速度 $v_A=v_B$）において、原則 1 と 7 により、

$$0+0+\frac{1}{2}ku^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}3mv_B^2+0\ (5-1)$$

が成り立つ。ばねが縮み始めると、小物体 A は単振動運動を始める。小物体 B には力がかからず、等速度運動になる。力学的エネルギは、小物体 A とばねの間のみで保存される。小物体 A が小物体 B に衝突したとき、つまり小物体 A の速度が 0 になるときの、ばねの縮みを x とすると、原則 1 と 7 より、

$$\frac{1}{2}mv_A^2+0=0+\frac{1}{2}kx^2\ (5-2)$$

が成り立つ。式(5-1)と(5-2)から、$x=\frac{1}{2}u$が求まり、解は b となる。

問 6

ひもの長さを l とする。前問より、小物体 A が角振動数ωで単振動をし、xだけ移動した後、小物体 B と衝突することがわかっている。小物体 A が x だけ動くのにかかった時間は、単振動周期の 1/4 倍に等しく、$\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}$ と表される。この間に、v_B で等速度運動をする、小物体 B の移動した距離は、$l+x$ と表される。

式(5-1)より求まる v_B と x を代入して、

$$\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}=\frac{l+x}{v_B}\leftrightarrow\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\sqrt{k/m}}=\frac{l+u/2}{u/2\cdot\sqrt{k/m}}$$

から、$l=\frac{1}{4}(2\pi-1)u$ が得られる。よって、解は e である。

問 7

三平方の定理より、三辺が d、 $R+r$、$\sqrt{(R+r)^2-d^2}$の三角形を考える。
三角関数の定理より、

$$\sin\theta = \frac{d}{R+r}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(R+r)^2-d^2}}{R+r}$$

$$\tan\theta = \frac{d}{\sqrt{(R+r)^2-d^2}}$$

が得られる。よって解は a となる。

問 8

完全弾性衝突であるため、原則 6 より、反発係数は 1 である。衝突時における円柱 A と球 B の方向、X 軸のみを考える。X 軸方向における円柱 A の速度をv_A、球 B の速度をv_Bとする。X 軸方向において、原則 6 より、

$$2mv_A + mv_B = mv_0\cos\theta \quad (8-1)$$

$$1 = -\frac{v_B - v_A}{v_0 cos\theta - 0} \quad (8-2)$$

が成り立つ。式(8−1)と(8−2)より、$v_A = \frac{2}{3}v_0\cos\theta$が得られる。
球 B が円柱 A に与える力積 Iは、円柱の運動量の変化に等しい。

$$I = 2mv_A - 2m\times 0$$

よって $I = \frac{4}{3}mv_0\cos\theta$が得られる。解は f である。

② 波動

○原則

<u>８振動数</u>

速さ u [m/s]と振動数ν [1/s]、波長λ [m]の関係は、$u=\nu\lambda$と表される。

○解答の方針

問 9

正弦波は 0.005 秒後、$\left(\frac{3}{4}+\mathrm{n}\right)\lambda$、もしくは$-\left(\frac{1}{4}+\mathrm{n}\right)\lambda$だけ進んでいる（n は整数)。正弦波の振動数 f は原則 8 より、

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{[(\frac{3}{4}+\mathrm{n})\lambda/0.005]}{\lambda}$$

もしくは、

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{[(\frac{1}{4}+\mathrm{n})\lambda/0.005]}{\lambda}$$

より、$f=200(\frac{3}{4}+\mathrm{n})$あるいは$\mathrm{f}=200(\frac{1}{4}+\mathrm{n})$。よって、$f$= 50, 150, 250, 350 Hz。解は、a, c, e, g となる。

③　光学

〇原則

9　レンズの公式

凸レンズから物体までの距離 a、焦点距離 f、レンズから実像までの距離 b の関係は、$1/a+1/b=1/f$ と表される。

〇解答の方針

問 10

凸レンズの中心 $0'$ から実像までの距離を b、凸レンズの焦点距離を f とする。凸レンズから光源までの距離は、凹レンズの焦点距離 f' （=10 cm）と 2 つのレンズの中心間距離 a (= 4 cm) の和となる。したがって原則 9 より、

$$\frac{1}{a+f'}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$$

が成り立つ。$b=\frac{14f}{14-f}$ 実像ができるためには、$b>0$ より、$f<14$ が条件となる。解は a,b となる。

④ 気体

○原則

１０　理想気体の状態方程式

ボイル・シャルルの法則およびアボガドロの法則から、理想気体は、$PV=nRT$ の関係が成り立つ。ここで P [Pa]は気体の圧力、V [m³]は気体が占める体積、n [mol]は気体の物質量、R [=8.31451 J/K/mol]は気体定数、T [K]は気体の熱力学温度である。

１１　熱力学第１法則

熱力学におけるエネルギ保存則を熱力学第一法則といい、$\Delta U=\delta Q-\delta W$ の関係がある。ここで、ΔU は系の内部エネルギの変化量、δQ は系に与えられた熱量、$-\delta W$ は系から取り出された仕事である。

１２　比熱

比熱 c [J/g/K]は、単位質量の物質の熱容量であり、$Q=mc\Delta T$ の関係がある。比熱が大きい物質は、温まりにくく、冷めやすい。理想気体では、定積比熱 Cv と定圧比熱 Cp の関係式として、$Cp-Cv=R$ が成り立つ（マイヤーの法則）。定積過程におけるモル比熱は $C_v=\frac{5}{2}RT$、定圧過程では $C_p=\frac{3}{2}RT$ となる。断熱変化では、$\gamma=\frac{C_v}{C_p}$ としたとき、PV^{γ} が一定となる（ポアソンの式）。

○解答の方針

問 11

容器 A と B は間でつながれているため、両容器の圧力は等しい（定積変化）。加熱後、容器 A と B 間にある気体の物質量を n_A, n_B [mol]、両容器の気体の圧力を P [$\mathrm{P_a}$]とする。原則 10 より、

$$PV=n_A R\cdot 2T \quad (11-1)$$
$$PV=n_B R\cdot T$$

が成立する。$n_A+n_B=n$ なので $n_A=\frac{1}{5}n$ が得られる。よって解は b である。

問 12

加熱前の気体の圧力を P_0 とする。原則 10 より、

$$P_0 3V=nRT$$

が成立する。気体の圧力の増加分 ΔP は式（11－1）を用いて、

$$\Delta P=P-P_0$$
$$=\frac{\frac{1}{5}nR2T}{V}-\frac{nRT}{3V}$$
$$=\frac{nRT}{15V}$$

が得られる。よって解は a となる。

問 13

加熱前と後の気体の熱量をQ_0, Qとする。外部への仕事量がないので、原則 11 を用いると、気体の内部エネルギー増加量ΔU[J]は気体の吸収した熱量に等しい。単原子分子理想気体では、原則 12 を用いて、

$$\Delta U = Q - Q_0$$

$$= \left(\frac{3}{2}n_A \mathrm{R2T} + \frac{3}{2}n_B \mathrm{RT}\right) - \frac{3}{2}nRT$$

$$= \frac{3}{10}nRT$$

が得られる。よって解は d である。

問 14

断熱状態は、熱の出入りがない状態で P、 V、 T が変化する。十分に時間が経過した後の温度を T' (K)とする。断熱変化では、$\Delta U = 0$なので、原則 12 を用いて

$$\frac{3}{2}\ nRT' - \left(\frac{3}{2}n_A RT \cdot 2T + \frac{3}{2}n_B RT\right) = 0$$

が成立する。$T' = \frac{6}{5}T$となり、解は c である。

問 15

物体の質量を m、初速度をv_0、物体の比熱を c、温度上昇をΔTとする。発生した熱量 Q' は、原則 11 より、

$$Q' = \frac{1}{2}mv_0^2$$

物体が吸収した熱量 q は、原則 12 より

$$q = mc\Delta T$$

摩擦によって発生した熱量のうち物体が吸収したのは、

$$\frac{q}{Q'} \times 100 = \frac{48}{80} \times 100 = 60\ [\%]$$

となり、解は g である。

問 16

変化後の圧力と体積をそれぞれP'、V'とする。断熱変化なので、ボアソンの式が使える。原則 12 より、

$$PV^\gamma = P'V'^\gamma$$

が成立する。$V' = 1.05V$、$\gamma = \frac{C_V}{C_p} = \frac{5}{3}$ を代入して、

$$PV^{\frac{5}{3}} = P'(V \times 1.03)^{\frac{5}{3}} \leftrightarrow \frac{P'}{P} \cong 0.95 \quad (16-1)$$

ボイル・シャルルの法則より、原則 10 を用いて

$$\frac{PV}{T} = \frac{P'V'}{T}$$

$$\cong \frac{0.95P1.03V}{T}$$

より$T' \cong 0.98T$となる。よって解は e である。

問 17

式(16－1)より、解は f である。

⑤　電磁気

〇原則

１３　クーロンの法則

　静電気力は $F=KQ_1Q_2/r^2$ と表される。ここで K[Nm²/C²]は比例定数で Q[C]は荷電粒子である。電位 V[V/m]は、$V= KQ/r$ と表される。

１４　オームの法則

　電位は $V=RI$ と表される。R[Ω]は抵抗である。

１５　ローレンツ力

　荷電粒子が磁場の中で運動するときに受ける力をローレンツ力といい、QvB で表される。B は磁束密度[T]である。電流 I を用いると IBl で表される。l は電流が流れる導線の長さである。

１６　誘導起電力とレンツの法則

　磁束の大きさ $BS=vBl$ より、磁場を横切る導線に生じる誘導起電力は、vBl で表される。方向は、右ねじの法則に従う。

１７　コンデンサ

　電流が流れるとコンデンサには電荷が蓄積する。電気量 Q[C]が蓄えられているとき、コンデンサには電位差 V[V]が発生する。電気容量 C[F]を用いて、$Q=CV$ の関係成り立つ。

１８　インピーダンス

　交流回路におけるコンデンサとコイルのリアクタンスは、それぞれ $1/\omega C$、ωL と表される。RLC 直列回路では、電流と電圧の比率を表すインピーダンスは、$\sqrt{R^2+(1/\omega C+\omega L)^2}$である。

〇解答の方針

問 18

　線分 AB 上で最も電位が低い点 P と点 A の距離を x とする。点 A の電荷が点 P に作る電位V_Aは、原則 13 より、

$$V_A = K_0\frac{Q}{x}$$

と表され、点 B が点 P に作る電位V_Bは、

$$V_B = K_0\frac{4Q}{2a-x}$$

となる。点 P における電位は、

$$V_{(x)} = V_A + V_B$$

$$= K_0 Q\frac{3x+2a}{x(2a-x)}$$

である。点 P では、$V_{(x)}$が最小となるので、$V'_{(x)} = 0$となる x を求める。

$$V'_{(x)} = K_0 Q \frac{(3x-2a)(x+2a)}{x^2(2a-x)^2}$$

$x=\frac{2}{3}a$のとき、点 P の電位は$V_P=\frac{9}{2}\frac{K_0 Q}{a}$で最小となる。よって解は e である。

問 19

金属棒にかかる力を全て書き出す。金属棒に流れる電流は、原則 14 より$I_0=\frac{E}{R}$である。磁界から受ける力は、原則 15 から$\frac{E}{R}Bl$と表される。他に、手が加えている力 Fと、重力がはたらく。原則 2 を用いて、力のつりあいを考えて、

$$F+Mg=\frac{EBl}{R}$$

が成り立つ。$F=\frac{EBl}{R}-Mg$より、解は d である。

問 20

金属棒の加速度の大きさを a、ひもの張力の大きさを Tとする。金属棒から手を放すと、閉回路を貫く磁束が変化し、誘導起電力 Vが発生する。金属棒の速度を vとすると、原則 16 より、$V= vBl$ と表される。回路に流れる電流は原則 14 より、

$$I_0=\frac{E-vBl}{R}$$

となる。金属棒の運動方程式は、$ma=I_0Bl-T$と表わされる。一方、重りの運動方程式$Ma=T-Mg$から、加速度が求まる。

$$(\mathrm{m}+\mathrm{m})\mathrm{a}=(Z_1Bl-T)+(T-Mg)$$

$$\leftrightarrow \mathrm{a}=\frac{1}{m+M}(\frac{E-vBl}{R}Bl-Mg)$$

よって解は、h となる。

問 21

金属棒の速さv_0が一定の時、$a=0$ である。

$$\frac{E-v_0Bl}{R}Bl-Mg=0$$

よって$v_0=\frac{EBl-MgR}{B^2l^2}$となり、解は c である。

問 22

各コンデンサに蓄えられている電気量を、それぞれQ_1,Q_2,Q_3とする。接続前には、コンデンサに電荷が蓄えられていなかったので、原則 17 より、

$$Q_1+Q_2+Q_3=0 \quad (22-1)$$

が成り立つ。B から見た A の電位V_0は、

$$V_0=E+\frac{Q_1}{C}=2E+\frac{Q_2}{2C}=3E+\frac{Q_3}{3C} \quad (22-2)$$

である。式(22−2)より$Q_1=(V_0-E)C$, $Q_2=(V_0-2E)2C$, $Q_3=(V_0-3E)3C$が得られるので、式(22−1)に代入して、$V_0=\frac{7}{3}$Eが得られる。よって解は d である。

問 23

各電池がした仕事W_1,W_2,W_3は

$$W_1=-Q_1E=-\frac{4}{3}CE^2$$

$$W_2=-Q_22E=-\frac{4}{3}CE^2$$

$$W_3=-Q_33E=-6CE^2$$

よって 3 つの電池がした仕事の総和は

$$W_1+W_2+W_3=\frac{10}{3}CE^2$$

よって解は f である。

問 24

交流の角周波数をω、周波数を fとする。回路のインピーダンス Zは、原則 18 より、

$$Z=\sqrt{R^2+(\omega^2-\frac{1}{\omega C})^2}$$

と表される。原則 14 より、$Z=\frac{V}{2}$なので、

$$\sqrt{10^2+(\omega^2-\frac{1}{\omega C})}=\frac{50}{5}$$

となり、$C=\frac{1}{\omega^2 L}$が得られる。$\omega=2\pi f$より

$$C=\frac{1}{(2\pi f)^2L}=\frac{1}{(2\pi\cdot\frac{200}{\pi})^2\cdot 2.5\times 10^{-2}}=2.5\times 10^{-4}$$

となる。よって解は b である。

問 25

AB 間のインピーダンス$Z_b=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$

$$=\sqrt{10^2+(2\pi\frac{200}{\pi}\cdot 2.5\times 10^{-2})^2}$$

$$= 10\sqrt{2}$$

よって AB 間の電圧の実効値は、

$$V_l = Z_l I = 10\sqrt{2} \times 5 \cong 70$$

よって解は、e である。