

① 力学

○原則

1 力学的エネルギー保存則 物体の速度を変化させる際に必要な仕事を運動エネルギー ($1/2 mv^2$) と言い、物体がある位置 h (m)にいる状態で物体に蓄えられるエネルギーを位置エネルギー (mgh) またはポテンシャルと言う。 m (kg)は物体の質量、 v (m/s)は物体の速度、 g (m/s²)は重力加速度である。

運動エネルギーと位置エネルギーの和のことを、力学的エネルギー(kg m²/s²)と言う。この力学的エネルギーは、保存力だけを考慮するとき、常に保持される。保存力は、重力や弾性力や静電気力のことを指す。一方で、摩擦力や空気抵抗といった非保存力が関わると、力学的エネルギーが減少し、物体が減速したり停止したりする。

- ・ 摩擦が関係ない場合 (力学的エネルギー保存則) :

力学的エネルギー = 運動エネルギー + 位置エネルギー = 一定

- ・ 摩擦が関与する場合 :

力学的エネルギーの減少量 = 摩擦力のした仕事

2 力のつりあい 2つの力が同一直線上にあって、且つ同じ大きさを反対方向を向いているとき、物体は等速度運動する (力がつりあう)。力のつりあいの式を求める場合、力の方向を分解する必要がある。その分解方向は自由である。

3 遠心力 回転座標系で作用する慣性力の一つが、遠心力である。遠心力は mv^2/r と表される。 r (m)は回転座標系の半径である。

4 力のモーメント 物体に回転を生じさせる力の量を、力のモーメント (回転力) (Nm)と言う。力を \mathbf{F} 、力の作用点の位置を \mathbf{r} とすると、力のモーメントは、 $\mathbf{N}=\mathbf{r}\times\mathbf{F}$ で表される。回転には、力の垂直成分だけが寄与する。

5 摩擦力 (非保存力) 静止している間の摩擦力が静止摩擦力であり、動き始めの静止摩擦力が最大静止摩擦力 ($=\mu$ (静止摩擦係数) $\times N$ (垂直抗力)) である。滑り出した後は、動摩擦力と言う。

6 運動量保存則と反発係数 外力が加わらない時、2物体の運動量 mv (kg m/s)は衝突前後で変わらない。2物体 A と B が完全弾性衝突する時、運動量と力学的エネルギーが保存され、衝突前の互いに近づく速さ $v_A \cdot v_B$ と、衝突後の遠ざかる速さ $V_A \cdot V_B$ の比 (反発係数) が 1 となる。

7 弾性力 フックの法則より、弾性力は kx と表される。 k はばね定数(N)、 x は自然長からの縮み(m)である。力のつりあいの式より、角振動数 $\omega=(k/x)^{1/2}$ (rad/s)が得られる。弾性力のポテンシャルは $1/2 kx^2$ で表される。

○解答

問 1

【方針】

小物体の初速度を求めるには、点 A と点 C での力学的エネルギー保存則 (原則 1) と、

点 C でのつりあいの式（原則 2 と 3）を用いればよい。点 A と小物体がレールから離れる点 C における、小物体にかかる力の向きをすべて書き出す。点 A では、重力と垂直抗力がはたらき、点 C では遠心力と重力がはたらき、垂直抗力は 0 である。

【解説】

点 C における速度を v_c 、水平面となす角を θ とする。力学的エネルギー保存則の式を立てる。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_c^2 + mgh \quad (1-1)$$

次に、円弧の中心方向における力のつりあいの式を立てる。

$$m \frac{v_c^2}{R} = mg \cos \theta + 0 \quad (1-2)$$

$R \cos \theta = h - R$ の関係を用い、式(1-1) に(1-2)を代入して、小物体の初速度 $v_0 = \sqrt{g(3h - R)}$ が得られる。解は f である。

問 2

【方針】

最大摩擦力は垂直抗力に比例する（原則 5）。まず、点 A と点 B における板にはたらく力をすべて書き出す。点 A と点 B におけるつりあいの式をたてる（原則 2）と、力のモーメントの式（原則 4）から、点 B での垂直抗力を出す。

【解説】

点 A では垂直抗力 N_A と重力が、点 B では垂直抗力 N_B と重力、静止摩擦力 F がはたらく。板の質量を m 、板の長さを $2l$ 、板と右の斜面のなす角 θ とする。点 A と点 B における、左斜面と水平方向および垂直方向のつりあいの式をたてる。

$$N_B - mg \cos 45^\circ = 0 \quad (2-1)$$

$$N_A + F - mg \sin 45^\circ = 0 \quad (2-2)$$

板の重心（中心）における、時計回りおよび反時計回りの力のモーメントの式をたてる。

$$N_A l \sin \theta = N_B l \cos \theta + Fl \sin \theta \quad (2-3)$$

式(2-1)と(2-2)を、(2-3)に代入し、 $N_B = \frac{mg}{\sqrt{2}}, F = \frac{mg}{2\sqrt{2}}(1 - \frac{1}{\tan \theta})$ が求まる。

最大静止摩擦力の関係式から、 $-0.3N_B \leq F \leq 0.3N_B$ が得られる。この式に、先の N_B と F を代入して、 $0.625 \leq \tan \theta \leq 2.5$ が得られる。解は a、b、c、d となる。

問 3

【方針】

板に対して静止する、というのは、板と等速度運動することを意味する。始状態の小物体と板の力学的エネルギーの和と、等速度運動時の力学的エネルギーの和の変化量は、摩擦力がした仕事に等しい。まずは、小物体と板にかかる力をすべて書き出し、力学的エネルギー保存則（原則 1）を用いる。次に、板と床の間に摩擦がないため、板と小物体の間で

運動量の和が保存される（原則 6）ことを用いればよい。

【解説】

小物体には、垂直抗力 N と重力 mg 、摩擦力 νN がかかり、板には重力 $8mg$ と小物体からの垂直抗力 N 、摩擦力 νN がかかる。板に対して静止する時の速度を v とする。

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}8mv^2\right) - \frac{1}{2}mv_0^2 = -0.4mgL(3-1)$$

板と小物体の運動量保存則により、

$$mv_0 = mv + 8mv(3-2)$$

が成り立つ。式(3-1)に(3-2)を代入して、 $v_0 = \sqrt{0.9gL}$ が求まる。解は e である。

問 4

【方針】

摩擦力がした仕事を用いる。

【解説】

式(3-1)の右辺に $L = \frac{v_0^2}{0.9g}$ を代入して、 $-\frac{4}{9}mv_0^2$ が得られる。解は c である。

問 5

【方針】

ばねが伸びている間、力学的エネルギー（原則 1）が保存される。ばねに対しては、弾性力（原則 7）がはたらく。ばねが縮み始めると、小物体 A は単振動運動を始める。小物体 B には力がかからず、等速度運動になる。力学的エネルギーは、小物体 A とばねの間のみで保存される。

【解説】

始状態（伸び u ）と自然長の時（伸び 0、速度 $v_A = v_B$ ）において、

$$0 + 0 + \frac{1}{2}ku^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}3mv_B^2 + 0(5-1)$$

が成り立つ。小物体 A が小物体 B に衝突したとき、つまり小物体 A の速度が 0 になるときの、ばねの縮みを x とすると、

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx^2(5-2)$$

が成り立つ。式(5-1)と(5-2)から、 $x = \frac{1}{2}u$ が求まり、解は b となる。

問 6

【方針】

前問より、小物体 A が角振動数 ω で単振動（原則 7）をし、 x だけ移動した後、小物体 B と衝突することがわかっている。小物体 A が x だけ動くのにかかった時間は、単振動周期の $\frac{1}{4}$ 倍に等しく、 $\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}$ と表される。

【解説】

ひもの長さを l とする。 v_B で等速度運動をする、小物体 B の移動した距離は、 $l+x$ で表される。式(5-1)より求まる v_B と x を代入して、

$$\frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{l+x}{v_B} \leftrightarrow \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} = \frac{l+u/2}{u/2 \cdot \sqrt{k/m}}$$

から、 $l = \frac{1}{4}(2\pi - 1)u$ が得られる。よって、解は e である。

問 7

【方針】

三平方の定理と三角関数の定理を用いる。

【解説】

三平方の定理より、三辺が d 、 $R+r$ 、 $\sqrt{(R+r)^2 - d^2}$ の三角形を考える。三角関数の定理より、 $\sin \theta = \frac{d}{R+r}$ 、 $\cos \theta = \frac{\sqrt{(R+r)^2 - d^2}}{R+r}$ 、 $\tan \theta = \frac{d}{\sqrt{(R+r)^2 - d^2}}$ が得られる。よって解は a となる。

問 8

【方針】

題意より、球 B が円柱 A に与える力積 I は、円柱の運動量の変化に等しい。完全弾性衝突であるため、反発係数が 1 であることを用いる（原則 6）。

【解説】

衝突時における円柱 A と球 B の方向、X 軸のみを考える。X 軸方向における円柱 A の速度を v_A 、球 B の速度を v_B とする。X 軸方向において、原則 6 より、

$$2mv_A + mv_B = mv_0 \cos \theta \quad (8-1)$$

$$1 = \frac{v_B - v_A}{v_0 \cos \theta - 0} \quad (8-2)$$

が成り立つ。式(8-1)と(8-2)より、 $v_A = \frac{2}{3}v_0 \cos \theta$ が得られる。力積は、 $I = 2mv_A - 2m \times 0$ より、 $I = \frac{4}{3}mv_0 \cos \theta$ が得られる。解は f である。

② 波動

○原則

8 振動数 速さ u [m/s] と振動数 ν [1/s]、波長 λ [m] の関係は、 $u = \nu \lambda$ と表される。

○解答

問 9

【方針】

正弦波の速さと波長から、振動数を求める（原則 8）。

【解説】

正弦波は 0.005 秒後、 $(\frac{3}{4} + n)\lambda$ 、もしくは $-(\frac{1}{4} + n)\lambda$ だけ進んでいる (n は整数)。正弦波の振動数 f は、

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{[(\frac{3}{4} + n)\lambda / 0.005]}{\lambda}$$

もしくは、

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{[(\frac{1}{4} + n)\lambda / 0.005]}{\lambda}$$

より、 $f = 200(\frac{3}{4} + n)$ あるいは $f = 200(\frac{1}{4} + n)$ 。よって、 $f = 50, 150, 250, 350$ Hz。解は、a, c, e, g となる。

③ 光学

○原則

9 レンズの公式 凸レンズから物体までの距離 a 、焦点距離 f 、レンズから実像までの距離 b の関係は、 $1/a + 1/b = 1/f$ と表される。

○解答

問 10

【方針】

凸レンズから光源までの距離は、凹レンズの焦点距離 f' ($=10$ cm) と 2 つのレンズの中心間距離 a ($=4$ cm) の和となる。レンズの公式 (原則 9) を用いる。

【解説】

凸レンズの中心 O' から実像までの距離を b 、凸レンズの焦点距離を f とすると、

$$\frac{1}{a + f'} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

が成り立つ。 $b = \frac{14f}{14-f}$ 実像ができるためには、 $b > 0$ より、 $f < 14$ が条件となる。解は a, b となる。

④ 気体

○原則

1.0 理想気体の状態方程式 ボイル・シャルルの法則およびアボガドロの法則から、理想気体は、 $PV = nRT$ の関係が成り立つ。ここで P (Pa) は気体の圧力、 V (m^3) は気体が占める体積、 n (mol) は気体の物質量、 R ($=8.31451$ J/K/mol) は気体定数、 T (K) は気体の熱力学温度である。

1.1 熱力学第 1 法則 熱力学におけるエネルギー保存則を熱力学第一法則といい、 $\Delta U = \delta Q - \delta W$ の関係がある。ここで、 ΔU は系の内部エネルギーの変化量、 δQ は系に与えられた熱量、 $-\delta W$ は系から取り出された仕事である。

1.2 比熱 比熱 c (J/g/K) は、単位質量の物質の熱容量であり、 $Q = mc\Delta T$ の関係がある。比熱が大きい物質は、温まりにくく、冷めやすい。理想気体では、定積比熱 C_V と定圧比熱

C_p の関係式として、 $C_p - C_v = R$ が成り立つ（マイヤーの法則）。定積過程におけるモル比熱は $C_v = \frac{5}{2}RT$ 、定圧過程では $C_p = \frac{3}{2}RT$ となる。断熱変化では、 $\gamma = \frac{C_v}{C_p}$ としたとき、 PV^γ が一定となる（ポアソンの式）。

○解答

問 11

【方針】

容器 A と B は間でつながれているため、両容器の圧力は等しい（定積変化）。理想気体なので、気体の状態方程式（原則 10）が使える。

【解説】

加熱後、容器 A と B 間にある気体の物質量を n_A, n_B [mol]、両容器の気体の圧力を P [Pa] とする。

$$PV = n_A R \cdot 2T \quad (11-1)$$

$$PV = n_B R \cdot T$$

が成立する。 $n_A + n_B = n$ なので $n_A = \frac{1}{5}n$ が得られる。よって解は b である。

問 12

【方針】

加熱後の圧力は前問で求められているので、加熱前の気体の圧力を求めればよい。

【解説】

加熱前の気体の圧力を P_0 とすると、 $P_0 3V = nRT$ が成立する。気体の圧力の増加分 ΔP は式 (11-1) を用いて、

$$\begin{aligned} \Delta P &= P - P_0 \\ &= \frac{\frac{1}{5}nR2T}{V} - \frac{nRT}{3V} \\ &= \frac{nRT}{15V} \end{aligned}$$

が得られる。よって解は a となる。

問 13

【方針】

外部への仕事量がないので、気体の内部エネルギー増加量 ΔU (J) は気体の吸収した熱量に等しい（原則 11）。単原子分子理想気体では、定積モル比熱を用いることができる（原則 12）。

【解説】

加熱前と加熱後の気体の熱量を Q_0, Q とすると、 $\Delta U = Q - Q_0 = \left(\frac{3}{2}n_A R 2T + \frac{3}{2}n_B R T\right) - \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{10}nRT$ が得られる。よって解は d である。

問 14

【方針】

断熱状態は、熱の出入りが無い状態 ($\Delta U = 0$) で、 P 、 V 、 T が変化する。

【解説】

十分に時間が経過した後の温度を T' (K) とする。

$$\frac{3}{2} nRT' - \left(\frac{3}{2} n_A RT \cdot 2T + \frac{3}{2} n_B RT \right) = 0$$

が成立する。 $T' = \frac{6}{5}T$ となり、解は c である。

問 15

【方針】

熱量と比熱の関係を用いる (原則 12)。

【解説】

物体の質量を m 、初速度を v_0 、物体の比熱を c 、温度上昇を ΔT とする。発生した熱量 Q' は、 $Q' = \frac{1}{2}mv_0^2$ である。物体が吸収した熱量 q は、 $q = mc\Delta T$ なので、摩擦によって発生した熱量のうち物体が吸収したのは、

$$\frac{q}{Q'} \times 100 = \frac{48}{80} \times 100 = 60 [\%]$$

となり、解は g である。

問 16

【方針】

断熱変化なので、ボアソンの式が使える (原則 12)。

【解説】

変化後の圧力と体積をそれぞれ P' 、 V' とすると、 $PV^\gamma = P'V'^\gamma$ が成立する。 $V' = 1.05V$ 、 $\gamma = \frac{c_V}{c_p} = \frac{5}{3}$ を代入して、

$$PV^{\frac{5}{3}} = P'(V \times 1.03)^{\frac{5}{3}} \leftrightarrow \frac{P'}{P} \cong 0.95 \quad (16-1)$$

ボイル・シャルルの法則より、

$$\begin{aligned} \frac{PV}{T} &= \frac{P'V'}{T} \\ &\cong \frac{0.95P1.03V}{T} \end{aligned}$$

より $T' \cong 0.98T$ となる。よって解は e である。

問 17

【方針】

前問を用いる。

【解説】

式(16-1)より、解は f である。

⑤ 電磁気

○原則

1.3 クーロンの法則 静電気力は $F=KQ_1Q_2/r^2$ と表される。ここで K (Nm^2/C^2) は比例定数で Q (C) は荷電粒子である。電位 V (V/m) は、 $V=KQ/r$ と表される。

1.4 オームの法則 電位は $V=RI$ と表される。 R (Ω) は抵抗である。

1.5 ローレンツ力 荷電粒子が磁場の中で運動するときに受ける力をローレンツ力といい、 $Q\mathbf{v}B$ で表される。 B は磁束密度(T)である。電流 I を用いると IBI で表される。 l は電流が流れる導線の長さである。

1.6 誘導起電力とレンツの法則 磁束の大きさ $BS=vBI$ より、磁場を横切る導線に生じる誘導起電力は、 vBI で表される。方向は、右ねじの法則に従う。

1.7 コンデンサー 電流が流れるとコンデンサーには電荷が蓄積する。電気量 Q (C) が蓄えられているとき、コンデンサーには電位差 V (V) が発生する。電気容量 C (F) を用いて、 $Q=CV$ の関係成り立つ。

1.8 インピーダンス 交流回路におけるコンデンサーとコイルのリアクタンスは、それぞれ $1/\omega C$ 、 ωL と表される。RLC 直列回路では、電流と電圧の比率を表すインピーダンスは、 $\sqrt{R^2 + (1/\omega C + \omega L)^2}$ である。

○解答

問 18

【方針】

点 A と B における電位を、クーロンの法則を用いて求め (原則 13)、それらを足し合わせればよい。

【解説】

線分 AB 上で最も電位が低い点 P と点 A の距離を x とする。点 A の電荷が点 P に作る電位 V_A は、 $V_A = K_0 \frac{Q}{x}$ と表され、点 B が点 P に作る電位 V_B は、 $V_B = K_0 \frac{4Q}{2a-x}$ となる。点 P における電位は、

$$\begin{aligned} V_{(x)} &= V_A + V_B \\ &= K_0 Q \frac{3x + 2a}{x(2a - x)} \end{aligned}$$

である。点 P では、 $V_{(x)}$ が最小となるので、 $V'_{(x)} = 0$ となる x を求める。

$$V'_{(x)} = K_0 Q \frac{(3x - 2a)(x + 2a)}{x^2(2a - x)^2}$$

$x = \frac{2}{3}a$ のとき、点 P の電位は $V_P = \frac{9K_0Q}{2a}$ で最小となる。よって解は e である。

問 19

【方針】

金属棒にかかる力を全て書き出す。金属棒に流れる電流は、オームの法則（原則 14）より $I_0 = \frac{E}{R}$ である。磁界から受けるローレンツ力（原則 15）は、 $\frac{E}{R}Bl$ と表される。他に、手が加えている力 F と、重力がはたらく。これらから、力のつりあいの式をたてる。

【解説】

力のつりあいを考えて、 $F + Mg = \frac{EBl}{R}$ が成り立つ。 $F = \frac{EBl}{R} - Mg$ より、解は d である。

問 20**【方針】**

金属棒から手を放すと、閉回路を貫く磁束が変化し、誘導起電力 V が発生する（原則 16）。オームの法則を用いて、回路に流れる電流を出し、ローレンツ力を導出する。はたらく力を全て出せば、運動方程式から加速度を求めればよい。

【解説】

金属棒の加速度の大きさを a 、ひもの張力の大きさを T とする。金属棒の速度を v とすると、誘導起電力は $V = vBl$ と表される。回路に流れる電流は、 $I_0 = \frac{E - vBl}{R}$ となる。金属棒の運動方程式は、 $ma = I_0Bl - T$ と表わされる。一方、重りの運動方程式 $Ma = T - Mg$ から、加速度が求まる。

$$(m + M)a = (I_0Bl - T) + (T - Mg)$$

$$\leftrightarrow a = \frac{1}{m + M} \left(\frac{E - vBl}{R} Bl - Mg \right)$$

よって、解は h となる。

問 21**【方針】**

金属棒の速さ v_0 が一定の時、加速度は 0 となる。

【解説】

前問の運動方程式に $a = 0$ を代入し、

$$\frac{E - v_0Bl}{R} Bl - Mg = 0$$

よって、 $v_0 = \frac{EBl - MgR}{B^2l^2}$ となり、解は c である。

問 22**【方針】**

接続前後で電荷が保存されることを用いて、原則 17 から電位を求める。

【解説】

各コンデンサーに蓄えられている電荷量を、それぞれ Q_1, Q_2, Q_3 とする。接続前には、コンデンサーに電荷が蓄えられていなかったのを、

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \quad (22-1)$$

が成り立つ。B から見た A の電位 V_0 は、

$$V_0 = E + \frac{Q_1}{C} = 2E + \frac{Q_2}{2C} = 3E + \frac{Q_3}{3C} \quad (22-2)$$

である。式(22-2)より $Q_1 = (V_0 - E)C$, $Q_2 = (V_0 - 2E)2C$, $Q_3 = (V_0 - 3E)3C$ が得られるので、式(22-1)に代入して、 $V_0 = \frac{7}{3}E$ が得られる。よって解は d である。

問 23

【方針】

前問より、各コンデンサーの電荷量が分かっているので、それらを足し合わせばよい。

【解説】

各電池がした仕事 W_1, W_2, W_3 は

$$W_1 = -Q_1 E = -\frac{4}{3} CE^2$$

$$W_2 = -Q_2 2E = -\frac{4}{3} CE^2$$

$$W_3 = -Q_3 3E = -6 CE^2$$

よって 3 つの電池がした仕事の総和は

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{10}{3} CE^2$$

よって解は f である。

問 24

【方針】

原則 18 を用いて、インピーダンスを求め、そこから周波数を出せばよい。

【解説】

交流の角周波数を ω 、周波数を f とする。回路のインピーダンス Z は、

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

と表される。 $Z = \frac{V}{I}$ なので、

$$\sqrt{10^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{50}{5}$$

となり、 $C = \frac{1}{\omega^2 L}$ が得られる。 $\omega = 2\pi f$ より

$$C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} = \frac{1}{\left(2\pi \cdot \frac{200}{\pi}\right)^2 \cdot 2.5 \times 10^{-2}} = 2.5 \times 10^{-4}$$

となる。よって解は b である。

問 25

【方針】

前問の値を用いる。

【解説】

AB間のインピーダンス $Z_b = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{10^2 + \left(2\pi \frac{200}{\pi} \cdot 2.5 \times 10^{-2}\right)^2} \\ &= 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

よって、AB間の電圧の実効値は、

$$V_l = Z_l I = 10\sqrt{2} \times 5 \cong 70$$

よって、解はeである。