I

解答

問 1 脚 A: 
$$\frac{1}{2}(m+M)g + \frac{x}{R}mg$$
, 脚 B:  $\frac{1}{2}(m+M)g - \frac{x}{R}mg$ 

問 2 
$$x \leq \frac{m+M}{2m}R$$

問3 
$$M \ge \frac{L-R}{R}m$$

問 4 
$$x \leq \frac{(m+M)R}{\sqrt{3}m}$$

問 5 
$$M \ge (2\sqrt{3} - 1)m$$

#### 解説

問1 脚板 A, B が上板から受ける力の大きさそれぞれ  $N_A$ ,  $N_B$  とすると, 脚板 A, B が床から受ける 垂直抗力の大きさも  $N_A$ ,  $N_B$  となる。力のつり合いより,

$$mg + Mg = N_A + N_B$$

また、中心 O まわりの力のモーメントのつり合いより、

$$\frac{R}{2} \cdot N_{\rm B} + x \cdot mg = \frac{R}{2} \cdot N_{\rm A}$$

2式より,
$$N_{\mathrm{A}}=\frac{1}{2}(m+M)g+\frac{x}{R}mg$$
, $N_{\mathrm{B}}=\frac{1}{2}(m+M)g-\frac{x}{R}mg$ 

問 2  $\frac{R}{2}$  < x では, $N_{\rm A}$  > 0 であるから,椅子が転倒しない条件は, $N_{\rm B}$   $\geq$  0 である。

問 
$$1$$
 の結果より,  $\frac{1}{2}(m+M)g - \frac{x}{R}mg \ge 0$ 

$$\therefore x \leq \frac{m+M}{2m}R$$

問3  $x=\frac{L}{2}$ のとき、問2の条件が成り立てば、xの値によらず椅子が転倒しない。

$$\frac{L}{2} \leq \frac{m+M}{2m}R$$

$$\therefore M \ge \frac{L-R}{R}m$$

問 4 A', B', C' に取り付けられた脚が床から受ける垂直抗力の大きさを  $N_{A'}$ ,  $N_{B'}$ ,  $N_{C'}$  とすると,力のつり合いより,

$$Mg + mg = N_A' + N_B' + N_C'$$

ここで、B' と C' の中点を D とすると、D を通り B' C' に垂直な軸まわりの力のモーメントのつり合いを考えると、

$$N_{\rm B}' = N_{\rm C}'$$

また、 $O'A' = \frac{\sqrt{3}}{3}R$ 、 $O'D = \frac{\sqrt{3}}{6}R$ より、O' を通り B'C' に平行な軸まわりの力のモーメントのつり合いは、

$$\frac{\sqrt{3}}{3}R \cdot N_{\text{A}}' - x \cdot mg - \frac{\sqrt{3}}{6}R \cdot N_{\text{B}}' - \frac{\sqrt{3}}{6}R \cdot N_{\text{C}}' = 0$$

以上の3式より,

$$N_{\rm B}' = N_{\rm C}' = \frac{1}{3}(m+M)g - \frac{\sqrt{3}x}{3R}mg$$

転倒しない条件は, $N_{\mathrm{B}}' \geq 0$ (または, $N_{\mathrm{C}}' \geq 0$ )より, $x \leq \frac{(m+M)R}{\sqrt{3}m}$ 

問 5  $-R \le x \le R$  より,

- ①  $x = R \circ \xi$ ,  $N_B' \ge 0$  ( $\xi \in \mathbb{R}$ )
- ②  $x = -R \circ \xi$ ,  $N_A' \ge 0$

を考えればよい。

① 問4の結果より、
$$R \le \frac{(m+M)R}{\sqrt{3}m}$$
  $\therefore M \ge (\sqrt{3}-1)m$ 

② Dを通り B'C' に平行な軸まわりの力のモーメントのつり合いは,

$$\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6}\right)R \cdot mg + \frac{\sqrt{3}}{2}R \cdot N_{\text{A}}' - \frac{\sqrt{3}}{6}Mg = 0$$

: 
$$N_{\rm A}' = \frac{1}{3} \{ M - (2\sqrt{3} - 1)m \} g$$

 $N_{\mathrm{A}}' \geq 0 \updownarrow 9$ ,  $M \geq (2\sqrt{3} - 1)m$ 

①, ②より,  $M \ge (2\sqrt{3}-1)m$ 

 ${
m I\hspace{-.1em}I}$ 

解答

問1 ア 
$$\frac{V}{L}$$
 イ  $\frac{eV}{L}$  ウ  $\frac{eV}{kL}$  エ  $\frac{e^2nSV}{kL}$  オ  $\frac{kL}{e^2nS}$ 

問2 ① 工 ② オ

問3  $\frac{V}{l}$ 

問4, 問5 解説参照

解答

問 1 ア 電場の強さを 
$$E$$
 とすると, $V=EL$   $\therefore E=rac{V}{L}$ 

イ 電子が電場から受ける力の大きさは, $eE = \frac{eV}{L}$ 

ウ 電場から受ける力と抵抗力がつりあうので,
$$\frac{eV}{L}-kv=0$$
  $\therefore$   $v=\frac{eV}{kL}$ 

$$I = envS = \frac{e^2 nSV}{kL}$$

オ 抵抗の大きさ 
$$R$$
 は, $R = \frac{V}{I} = \frac{kL}{e^2 nS}$ 

問2 電流計は、電流をはかろうとする回路に直列につなぐ。電圧計は、電圧をはかろうとする回路に並列につなぐ。よって、①が<u>エ</u>、②が<u>オ</u>である。ちなみに、アは交流電源、イは交流回路における電流計、ウは交流回路における電圧計を表す。

問3 表示される抵抗値 R は, $R = \frac{V}{I}$ である。

問4 電圧計の内部抵抗が無限大なので、電圧計に流れる電流はゼロであり、電流計は導体 X を流れる電流に等しい。電圧計にかかる電圧は、テスター棒やその接続部にかかる電圧が含まれるため、導体 X にかかる電圧よりも大きくなる。そのため、テスターの表示値と比べて真の抵抗値は小さい。

問5 電圧計の内部抵抗が無限大なので、電圧計に流れる電流はゼロであり、電流計は導体 X を流れる電流に等しい。また、電流が流れていないためテスター棒  $A_1$ ,  $B_1$  にかかる電圧はゼロである。よって、電圧計にかかる電圧は導体 X にかかる電圧に等しい。よって、テスターの表示値は、X の真の抵抗値となる。

# III

#### 解答

問 1 
$$\sin \phi = n \cos \theta'$$
 問 2  $\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$  問 3  $\sqrt{n^2 - 1}$ 

問 4 
$$\frac{L}{2\sqrt{n^2-1}}$$
 問 5  $\sqrt{n^2-1}$ 

#### 解説

問1 面Bへの入射角が $90^\circ$ ー $\theta'$ なので、屈折の法則より、

$$n\sin(90^{\circ}-\theta')=\sin\phi$$

$$\therefore \quad \sin \phi = n \cos \theta' \qquad \qquad \cdot \cdot \cdot \bigcirc$$

問2 面Aの屈折について、屈折の法則より、

$$\sin\theta = n\sin\theta'$$

$$\therefore \quad \cos\theta' = \sqrt{1 - \sin^2\theta'} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin\theta}{n}\right)^2}$$

①に代入して、
$$\sin \phi = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}$$

問3 このとき、 $\phi=90^{\circ}$ となっており、点Sでの入射角は臨界角になっている。

②より,
$$\sin 90^\circ = \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}$$

$$\therefore \quad \sin \theta_1 = \sqrt{n^2 - 1}$$

問4 
$$\theta = \theta_1$$
のとき、 $\overline{QS} = \frac{L}{2 \tan \theta'}$ 

①
$$\sharp$$
0,  $\sin 90^{\circ} = n \cos \theta'$ 

$$\therefore \cos \theta' = \frac{1}{n}$$

よって、
$$\tan\theta' = \sqrt{n^2 - 1}$$
 なので、 $\overline{QS} = \frac{L}{2\sqrt{n^2 - 1}}$ 

間 5 点 T での入射角が  $\theta'$  なので、屈折の法則より、

$$n\sin\theta' = \sin\phi_1$$

問4より、
$$\sin\theta' = \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

よって、
$$\sin \phi_1 = \sqrt{n^2 - 1}$$

### IV

#### 解答

- 問1 ア 弾性 イ 振動 ウ 吸収 エ 等しい オ 蒸発熱
- 問 2 335s
- 問3 244g, 0°C
- 問 4 9°C

#### 解説

- 問1 解答参照
- 問2 求める時間をtとすると、

$$100 \times t = 2.1 \text{J/g} \cdot \text{K} \times 100 \text{g} \times 10 \times \text{K} + 334 \text{J/g} \times 100 \text{g}$$

$$\therefore t = 335 s$$

問3 問2より, -10℃ 氷 100g がすべて溶けきるために要する熱量は, 100W×335s=33500Jである。

20°Cの水 200g が 0°Cの水になるまでに放出する熱量が  $4.2 \text{J/g.K} \times 200 \text{g} \times 20 \text{K} = 16800 \text{J}$  であり、33500 J よりも小さいため、氷はすべて溶けきらず一部が溶けることが分かる。

質量 m の氷が溶けて水になったとすると、熱量の保存より、

 $2.1 \text{J/g} \cdot \text{K} \times 100 \text{g} \times 10 \text{K} + 334 \text{J/g} \times x = 16800 \text{J}$ 

 $\therefore x = 44.0g = 44g$ 

よって,容器内にある水の総質量は,

$$200g + 44g = 244g$$

また、そのときの温度は $0^{\circ}$ Cである。

問4 ヒーターから供給される熱量は、 $100W \times 300s = 30000$ Jであり、残りの氷100g - 44g = 56gが溶けきるのに要する熱量は、334J/g $\times 56g = 18704$ Jであり、30000Jより小さいため氷はすべて溶けきることが分かる。よって、容器内の液体の水の総質量は、100g + 200g = 300gとなり、最終的な水の温度をT[°C]とすると、

$$4.2 \text{J/g} \cdot \text{K} \times 300 \text{g} \times T + 18704 \text{J} = 30000 \text{J}$$

$$T = 9^{\circ}C$$

#### $\mathbb{V}$

#### 解答

問 1 1. 運動量 2. 力学的エネルギー 3.  $v = \frac{M-m}{m+M} v_0$ 

4.  ${}^{2}_{1}H$ ,  ${}^{32}_{16}S$ ,  ${}^{35}_{17}Cl$ ,  ${}^{36}_{16}S$ ,  ${}^{235}_{92}U$  5. 0 6. 50

間2 原子核の質量数が中性子の質量数に近い

問3 カ

間 4 33%

問5 9回

#### 解説

問 1 (1) $\sim$ (3) 衝突後の中性子の速度成分をu, 原子核の速度成分をUとすると,

運動量の保存と、力学的エネルギーの保存より、

$$egin{cases} m v_0 = m u + M U \ rac{1}{2} m {v_0}^2 = rac{1}{2} m u^2 + rac{1}{2} M U^2 \end{cases}$$

2式より, $u=rac{m-M}{m+M}v_0$ となる。m < Mより,衝突後の中性子の速さvは, $v=|u|=rac{M-m}{m+M}v_0$ 

(4) (3) より,M が m に近いほど,減速の効果が高い。よって,原子核の質量数が中性子の質量数( $\frac{1}{0}$ n) に近い順に並べればよい。

- (5)  ${}_{1}^{1}$ Hは、中性子 ${}_{0}^{1}$ nと質量数が等しいので、 $v=\underline{0}$ となる。
- (6) 衝突後の中性子の速さをu, 原子核の速度の衝突前の中性子の進行方向成分を $U_x$ , およびそれに 垂直な方向成分を  $U_y$  とすると、運動量の保存より、

$$egin{cases} mv_0 = m\cdotrac{1}{2}v + MU_x \ 0 = m\cdotrac{\sqrt{3}}{2}v - MU_y \end{cases}$$

また、力学的エネルギーの保存より、

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = \frac{1}{2}m{v^2} + \frac{1}{2}M({U_x}^2 + {U_y}^2)$$

さらに、m=M であることから、以上を解くと、 $v=\frac{1}{2}v_0$  となり衝突前の  $\underline{50\%}$  の速さとなる。

問2 問1の(4)を参照

間3 中性子のエネルギーを U とすると, $\frac{1}{2}mv^2 = U$ より, $v = \sqrt{\frac{2U}{m}}$ 

$$U = 0.025 \text{eV} = 0.025 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J} \text{ $\sharp$ 9},$$
 
$$v = \sqrt{\frac{2 \times (0.025 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J})}{1.7 \times 10^{-27} \text{kg}}} \doteq 2100 \text{m/s}$$

よって, 最も近い選択肢は, カである。

問4 M=2m, および問1の(3)より,

$$v = \frac{1}{3}v_0$$
  $\therefore \frac{1}{3} = \underline{33\%}$ 

問 5 間 4 より,1 回の衝突で中性子の速さは $\frac{1}{3}$  倍となるので,N 回衝突し,中性子の速さが  $2000 \mathrm{m/s}$ に達するとすると,

$$2.0 \times 10^7 \,\text{m/s} \times \left(\frac{1}{3}\right)^N = 2000 \,\text{m/s}$$

$$3^N = 10^4$$

両辺の対数をとって、 $N\log_{10}3=4$ 

$$\therefore N = \frac{4}{\log_{10} 3} = \frac{4}{0.48} = 8.3$$

N は整数なので、最低 9回の衝突が必要である。

#### <講評>

- 【 (剛体のつり合い) 前半は基本的であるが、後半は難しい。対称性をうまく利用したい。
- II (直流回路) 電流計と電圧計に関する問題であるが、基本的である。ただし、問4, 5の理由説明は差が付きそうである。
- Ⅲ (光の屈折) 屈折の法則に関する問題である。各屈折点の入射角と屈折角をミスないようにつかみたい。
- IV (熱量) 間2以降は状態変化を含むが、熱量の保存を丁寧に立式すればよい。
- V (原子) **原**子力発電の原理に関する問題ではあるが内容的としては大部分が力学である。問1 の(6) の(