

①小問集合

○ 原則

1、期待値・・・(3)に利用

ある試行の結果によって、値 $x_1, x_2, \dots, x_n$ のうちのどれか1つが定まるとき、それぞれの値をとる確率をそれぞれ $p_1, p_2, \dots, p_n$ とすると、

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

2、等差数列と等比数列の積の形をした数列の和の解き方・・・(3)に利用

$$a_n = (bn - c) \left(\frac{1}{d}\right)^n$$

合計を S_n とすると $S_n - \frac{1}{d}S_n$ を計算すれば求まる。

3、三角形の存在条件・・・(4)に利用

$0 < x \leq y \leq z$ のとき $z < x + y$

○ 解答の方針

(1)ア～オ普通に計算すれば良い。

カ～ケ $f(x)$ は一次関数であるから $ax + b$ と置ける。だが、問題の設定上

$c(x+1) + d(x-1)$ と置く。 $c = \frac{a+b}{2}$ $d = \frac{a-b}{2}$ 。あとは恒等式を立てて c, d を求めればよい。

(2)アイ 1 周期は 2π であるから。周期 4 ということは $2\pi \div 4$ ということになる。周期 6 ということは $2\pi \div 6$ である。よってイには 3 が入る。

ウ～ケ $f(1), f(3), f\left(\frac{3}{5}\right), f(3)$ を代入して未知数を求めればよい。

コ～ス三角関数の合成を行えば良い

(3)ア～ウ A が勝ち続ければよい。

エオ A が 2 勝して B が 1 勝する確率を求めればよい。

カキ B が 2 勝して A が 1 勝する確率を求めればよい。

クケリードして終わるので、何回目に終わるとか、わからない。また、繰り返しの問題だから、漸化式を立てることを考える。漸化式について何を立てれば良いか自分で考えなければならない。この時、答えが求まることを考えると、 n 回目 A が優勝する確率を a_n とおくのが良さそう。しかし、A が優勝しない形、がリードしているときされているときなお多すぎる。 n 回目に 1 つ A リードし

た時を a_n と置くことで、 n 回目の他の状態が表しやすい。 b_n も同じ理由である。
漸化式をうまく立てることが大切。 A が優勝する回数であるから $n=1$ から ∞ ま
でたすことに注意。

コ原則のように期待値を求めるが、数列を解くのが厄介。原則のように工夫し
て解かなければならない。

(4)ア～オ三角形の存在条件を考え、調べればよい。

カ～ク解答のように $k < x+y$ とおけたら x, y 座標で表すとわかりやすいことに築
けないと難しい。格子点の数も計算するが、収束を求めればいいので正確な答
えではなく大小で挟めればよい。

② 双曲線

○ 原則

二直線の 2 等分線は点と直線の距離の公式を参考にすればよい。

$$y=ax+b \quad y=cx+d \quad \text{とすると} \quad \frac{|y-ax-b|}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{|y-cx-d|}{\sqrt{c^2+1}}$$

○ 解答の方針

ア～オ $y=\alpha x$ とおいて代入し、 x の存在条件について考えれば良い。

カ～コ 斜めの双曲線となることに気づくことが大切。それによって概形を掴み
漸近線がわかりやすい。

サ～ソ原則を利用する。

タ～ヒ代入して求めればよい。

フへ概形が分かれば、タ～ヒの答えを使えば良いとわかる。

③ 有理数

○ 原則

1、有理数について・・・(1)に利用

有理数・・・ a, b を整数 ($b \neq 0$) としたとき、 $\frac{a}{b}$ の形で表すことのできる数である。

2、逆、裏、対偶について・・・(2)に利用

『 A ならば B である』という文に対して、

『 B ならば A である』を「逆」と呼び、

『 A でなければ B でない』を、「裏」と呼び、

『BでなければAでない』を、「対偶」と呼びます。

『AならばBである』が真実であるとき、『対偶』は常に真実です。

○ 解答の方針

(1)有理数の定義は原則どおり。

(2)原則を参考にすると逆の裏、裏の逆は対偶だとわかる。

(3)何をすればよくわからないと思う。 $\sqrt{6}$ を言葉で表してみればよい。

(4)背理法を使えとあるので、結論の否定を仮定する。よって $\sqrt{6}$ を有理数だと仮定すれば良い。あとは有理数となることに反する戸言うことを証明すれば良い。