

①小問集合

○原則

1、 解と係数の関係・・・(1)に利用

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) の2つの解を α, β とすると、

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha \beta = \frac{c}{a}$$

が成り立つ

2、 べき上の和の公式・・・(2)に利用

$$S1 = \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$S2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$S3 = \sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$$

○解答の方針

(1)(a)線分 PQ の中点が 0 であるから線分は直線 $y=mx$ 上にある m は任意
直線 $y=mx$ と放物線 C との交点が P, Q となる。放物線 C と $y=mx$ を連立させ、
原則のように解と係数の関係から求める。中点 0 より $\frac{b}{a}=0$ になる。

(b) -2α と α とおいてやれば良い。

(c) (b)で求めた $y=-2x$ との交点で挟んだ面積を求める。

(2)(a) j, k は $(1+2+\dots+n)(1+2+\dots)$ だと分かれば、 $\left\{ \frac{1}{2}n(n+1) \right\}^2$ と求まる。

(b) $j < k$ の数と $k < j$ の数が同じになることに気がつけば $j=k$ を(a)の解答から引き
割る 2 すれば良い。

(c) (b)から $j=k-1$ を引けば良い。原則のべき乗の公式を使えば良い。

(3)(a)微分して極小値を求めればよい

(b)増減表を書きグラフを書いて $f(x)=a$ が 2 つ以上交わる a の範囲を求めればよ
い。グラフにすれば見やすい。

(c) グラフをみればすぐに解答がわかる。

② ベクトル、極値

○ 原則

はさみうちの原理

任意の自然数 n に対して（または十分大きな n に対して）

$an \leq bn \leq cn$ が成立し、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} an = \lim_{n \rightarrow \infty} cn = \alpha \text{ なら}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} bn = \alpha$$

○ 解答の方針

- (1) 加法定理を利用して計算すれば良い。
- (2) y 成分と x 成分をそれぞれ比較し、項を移行すれば簡単に答えが出る。
- (3) α を 2α と置き換えて(2)を使えば答えが出る。
- (4) まずは展開し(3)で求めた答えを使う。2乗の項に関しては倍角の公式をうまく使い、 $\cos 2k\alpha$ で表す。 $\cos 2k\alpha$ も(3)と同様に求める。 $-1 \leq \cos \beta \leq 1$ (β は任意) に気づけば不等式にして、はさみうちの原理が使える。

③ 体積 積分

○ 原則

回転体の体積について・・・(3)に利用

$y=f(x)$ の式について x 軸まわりに回すと体積は $\pi \int y^2 dx$

y 軸まわりに回転すると体積は $\pi \int x^2 dy$ と計算できる

○ 解答の方針

- (1) OP と OQ のベクトルを分解させて、 AP, AQ で表すことができれば、球となることは、想像がつく。
- (2) $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ が円になっていたことに気づけば、半径を考え \overrightarrow{OR} も円になるとわかる。
- (3) 場合分けをいかにするかがポイント。ひし形の $CADB$ 内では点 C, D からの点が最も遠いことに注目する。これは図を書いてイメージをつかむことが大切。それができればあとは x 軸まわりに回転させ原則に則り計算すれば良い。円も $y=$ の形に直せる。