

## ①小問集合

### ○原則

1、回転の問題について・・・(2)に利用

何度か回転させ点を移動させる問題では行列か複素数を用いる

行列の場合；原点の周りに(x,y)の点を  $x^\circ$  回転させるとすると

$$\begin{bmatrix} \cos x^\circ & -\sin x^\circ \\ \sin x^\circ & \cos x^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$
をする。

複素数の場合(x+yi)( $\cos x^\circ + \sin x^\circ i$ )とする

2、合成微分について・・・(3)

ある関数を微分するとき外の微分×中身の微分が必要である。

例  $x^3$  を  $t$  で微分するとき外の微分で  $3x^2$  となり中身の微分が  $\frac{dx}{dt}$  となる。

$(\log x)^2$  を  $x$  で微分するとき外の微分で  $2\log x$  となり中身の微分で  $\frac{1}{x}$  となる。

### ○解答の方針

(1)特性方程式の形にすると、 $a_{n+2} - a_{n+1} = -2(a_{n+1} - a_n)$ と変形でき、計算を進める。

(2)正三角形であるから  $\pm 60^\circ$  させて、行列の場合は原則に従ってに

$$\begin{pmatrix} \cos \pm 60^\circ & -\sin \pm 60^\circ \\ \sin \pm 60^\circ & \cos \pm 60^\circ \end{pmatrix}$$
をかける。

(3)連立させうまく  $t$  を消す。そして原則のように  $\frac{dy}{dt}$ 、 $\frac{dx}{dt}$  をそれぞれ計算し、 $dy/dx$  を計算する。

(4)最大値の問題であるから微分して増減を調べる。また  $\frac{\log a}{a-1} = \frac{\log a - \log 1}{a-1}$  であることに注目して解けばよい。

## ②確率

### ○原則

1、独立と確率について・・・(2)に利用

独立とは二つの操作があり、ある操作がもう一方の操作に影響していないとき

のことである。

UV が独立の時  $P(U \cap V) = P(U) \times P(V)$  となる

(U, V となる確率を  $P(U), P(V)$ )

2、確率の樹形図について・・・(3)に利用

樹形図を使うとき

i 操作が複雑で、漸化式で表すことが難しい場合

ii 操作が 3 回や 4 回で全てを調べる確率がとてつもなく多くない場合

### ○ 解答の方針

(1)操作が 3 回しかないので調べてみればよい

(2)まずは  $P(U)$  と  $P(V)$  をそれぞれ求める。x, y の動きはそれぞれに影響を及ぼしていないので、U, V は独立である。原則 1 に従って計算すればよい。

(3)A1 のとき必ず  $PQ = \sqrt{2}$  であることに注目する。だから、A2, A3 について調べればよい。操作が 3 回までと膨大ではないので原則 2 に従って樹形図でよい。

(4)PQ の長さに対する確率をそれぞれ求める。確率を全てたすと 1 になることを確認する。

### ③ 図形と座標

#### ○ 原則

1、接戦と法線・・・(1)に利用

接戦の傾き  $\times$  法線の傾き  $= -1$

2、円と直角三角形について・・・(2)に利用

ある円において直径と弧のもう一つの点で作る三角形は直角二等辺三角形が最大になる。

$\angle QPR = \theta$  とおく、三角形の面積は  $\sin 2\theta / 4$  よって面積最大は  $2\theta = \pi / 2$  のとき

#### ○ 解答の方針

(1)傾きを  $q$  でおき、原則 1 に従って  $q$  を求める。

(2)原則 2 のよう直角二等辺三角形となる条件を求める。傾きを角度に変える時は  $\tan \theta$  を使うことを思い出して欲しい。

(3)  $\vec{TP} \cdot \vec{TQ}$  を計算しそれが 0 より小さい時になる条件を求めればよい。

(4)領域を表す問題は図示してみると気づきやすい。 $y < x^2$ が弧 AC 上にあること気づけば傾きを計算するだけである。

## ④回転体の体積

### ○原則

1、 くりぬきの形の立・・(1)に利用

図形をある軸に回転した時に軸まわりが空洞になっている問題では外側の立体から内側の立体を引く

2、 極座標の回転体の体積・・(2)に利用

$\theta = \alpha$  と  $\theta = \beta$   $r = f(\theta)$  で囲まれた部分を始線の周りに一回転して得られる

体積  $V(\theta)$  とする。  $\theta$  が  $\Delta \theta$  変化すると  $\Delta V \doteq \frac{2}{3} \pi r^3 \sin \theta \Delta \theta$  となる

よって  $V = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{2}{3} \pi r^3 \sin \theta d\theta$  となる

### ○解答の方針

(1)原則に従って立体を考えると外側の円錐：体積  $\frac{\pi}{3} r(R^2 - r^2)$

と円の弧を回転してできる  $\pi \int_r^p (R^2 - x^2)$  から高さが  $p$  の円錐を引けばよい

(2)原則2に従って  $\Delta V$  と  $V$  は公式から求める。1まわりに回す時には、 $x$  軸が1になつたと考え、 $\theta' = \alpha - \theta$  とおいてあげばよい。

(3)素直に代入して積分してあげれば良い。