

①平面図形

○原則

正弦定理、余弦定理・・・アイウに利用

三角形において、三角形の2角と1辺がわかっているとき、正弦定理を使い、3辺がわかっているとき、1角と2辺がわかっているとき余弦定理を使う。

○解答の方針

アイウ3辺がわかっているので余弦定理を使う。 $\cos$ を求め、 $\sin$ を求め、 $\sin$ を使い面積を求める。

エ内接円の半径は面積を2通りで表すことで求める。

オ外接円は正弦定理を考える

カ一回以上ということは一番遠い距離について考えれば良い。

キ2回通過するということはACとABのみが通過する点を考えれば良い。AからBCの最短距離を考える。

クOは三角形の外側にあることに注目する。一番近い点と一番遠い点に注目する。

ケAC,ABは通らずBCの部分で2回通ることを理解する。

コXの外側にあるか内側にあるかで、図が変わり注目する部分が変わることに注意する。OA上で動かしてみて距離の求め方がかわる部分で場合分けする。

②定積分

○原則

定積分について・・・(1)に利用

定積分をした関数は定数となる

また積分していない関数は定数とみなす①

例 $\int_a^b xy dy = Ax$ Aは定数となる。ここでyを積分しているのでxは定数とみなす。

$\int_a^x f(y) dy$ はxの関数であるから、微分するとf(x)になる②

○解答の方針

(1) $\int_0^a f(y) dy$ をIとおき、 $\int_0^a yf(y) dy$ をJとおいて、①を使いI,Jを求めることを考える。定積分は定数としておいてみる。この方法は定石。②をつかいf(x)

を求める。 $f(x)$ を求めたら、積分して IJ の方程式を求める。

(2)④'をみて $a=0$ によって J が a で表せるか場合分けがにらに注目する。

(3)ちなみに $a=1$ のとき、 $f(x)$ 、 b は一組に決まっていた。よって、不等式の範囲が定まらない a があるのかな? と考える。②と⑤ (解答での) より I と J が一つに定まれば良いことが確認できる。あとは a, J, I の式を作り I か J を連立させ消し、 I が一つに定まる条件を考える。

③ 2次曲線と微分

○原則

2次曲線・・(1)に利用

$c>a>0, b>0$ のとき、方程式

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad i$$

で表わされる曲線は、右図1のような双曲線になる。

i を双曲線の方程式の標準形という。

この曲線は「2定点 $F(\sqrt{a^2+b^2}, 0)$, $F'(-\sqrt{a^2+b^2}, 0)$ からの距離の差が一定 $2a$ である点の軌跡」となっている。(解説は次の項目↓)

2点 $F(\sqrt{a^2+b^2}, 0)$, $F'(-\sqrt{a^2+b^2}, 0)$ を双曲線の焦点という。

点 $A(a, 0)$, $A'(-a, 0)$ を頂点という。

2つの焦点の中点を双曲線の中心という。 i の双曲線の中心は原点 $O(0, 0)$ にある。

○解答の方針

(1) OP を (x, y) から $(0,0)$ までの距離であるから、 $\sqrt{x^2+y^2}$ と表すことができ、 AP は (x,y) から $(a,1)$ までの距離であるから、 $\sqrt{(x-a)^2+(y-1)^2}$ となる。

2乗するが $\sqrt{x^2+y^2}-1$ と $-(\sqrt{x^2+y^2}-1)$ が同じになるので、2通りできることに注目する。2乗して $y=x$ の方程式にする。あとはどんなグラフを書き $\sqrt{x^2+y^2}-1$ が正になるのはどれか考える。双曲線だと気づくと楽。しかし、強引に微分して、増減表を書いても良い。

(2) $a=tx$ を代入すれば良い。

(3) (1) $x>\frac{a}{2}$ を使い、 t の範囲を求める。 u とおくとまとめやすい。つぎに置き換えた u の範囲を求める。 u の範囲動かしてイメージをつかむ u が0だと x が何

をとっても x であり u に関して単少減少であることに注目する。すると最も減少した範囲のみ分かれば良いと、 $u=1$ の時を考える。 $u=1$ をかき、上の部分を塗りつぶせば良い。