

## ①小問集合

### ○原則

1、円に内接する四角形・・・(1)に利用

円に内接する四角形の向かい合う角の和は  $180^\circ$  である。

この性質と余弦定理を絡めた問題はよく出る。

2、確率の最大最小を求めるとき・・・(2)に利用

①  $\frac{P_{n+1}}{P_n}$  の 1 より大きくなる場所を探す

②  $P_{n+1}-P_n$  の正負を調べる

### ○解答の方針

(1)原則を使い  $\cos C = \cos(180-A)$  を使う。また、余弦定理を使い  $BD$  を 2 通りで表し、 $x$  を求める。また、円の直径については正弦定理を考えれば良い。

(2)赤玉 5 個、白玉 2 個を選ぶ、 $P_n$  を求める。①か②のどちらかで、 $n$  がいくつで確率が最大になるか考える。解答では①

(3)行列の計算をして、 $x, y$  をまず求める。問題の流れを汲み取る。 $AP=PB$  を使うことを考える。両辺に  $P^{-1}$  をかけて  $A^n$  を求めやすくする。計算量が多いが計算は基本的なもの。工夫してどう計算量を減らすかを考えることが鍵。

## ②微分と平均値の定理

### ○原則

1、対数微分法・・・(1)に利用

$y=a^x$  の微分について考える。両辺に対数をとると  $\log y = \log a^x = x \log a$  が成り立つ。

この両辺を微分すると  $\frac{y'}{y} = \log a \therefore y' = y \log a = a^x \log a$

このように  $x$  乗のように指数関数の肩に変数がのっているとき、対数を取って微分することが定石。

2、平均値の定理・・・(2)に利用

区間  $[a, b]$  で連続、 $(a, b)$  で微分可能な関数  $f(x)$  に対して、

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$  を満たす  $c$  が  $a$  と  $b$  の間に存在する。

## ○ 解答の方針

(1) i  $x=0$  と  $x=1$  を代入するだけ

ii 二階微分して正負を調べるだけだが、 $2^x$ の計算は原則1を使う。

iii  $h(x)$ について問題の流れをよみ、iの答えを二つ使うことが大切。

あとは平均値の定理を使い  $h'(c)=0$  を作る。また、一点であることはiiを使う。

i iiをうまく使うことが大切。

(2)  $x^2+1$  は常に正より、 $f(x) > g(x)$  のとき  $h(x) > 0$ 、 $g(x) > f(x)$  のとき  $h(x) < 0$  となる。

あとは  $h(x)$  の増減表を作り、正負を調べればOKである。

(3) グラフを書いてグラフの上下を調べ、あとは積分すればよい。

## ③ 回転(新課程向き)

### ○ 原則

1、点の回転・・・(1)について

点  $(x_1, y_1)$  を正の向きに  $\theta$  回転させる。回転後  $(x_2, y_2)$  となる。

$$x_2 + iy_2 = (\cos \theta + i \sin \theta)(x_1 + iy_1)$$

2、ドモアブルの定理・・・(1)について

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

3、平行・・・(3)について

$\vec{A}(x_1, y_1)$  と  $\vec{B}(x_2, y_2)$  が平行のとき  $x_1 \times y_2 - y_1 \times x_2 = 0$  になる

## ○ 解答の方針

(1) 原則1、2を使えば簡単にできる。

(2)  $1^\circ$ 、 $2^\circ$  で面積の表し方は  $P_n, P_{n+1}, P_{n+2}$  を書いてみて場合わけしなければならぬことに気づけばよい。

(3) 原則3を使い平行になる時の条件を求める。あとは加法定理等を用いてうまく処理すればよい。