

①小問集合

○原則

1、無限等比級数の和の公式・(1)に利用
初項 a_1 , 公比 r の等比数列 a_n において, $-1 < r < 1$ のとき

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-r}$$

2、2次元ベクトルによる1次変換(4)に利用

行列 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ で x, y を移動させるとき以下のように変換する。

$$x' = ax+by \quad y' = cx+dy \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

○解答の方針

- (1)無限等比級数の和の公式に当てはめて考えればすぐできる。
- (2)無限に連ねた部分を y を使ってうまく表し、 x, y の式を作り、連立させれば良い。
- (3)普通に計算していけばよいが $6, 9, 4$ の約数を考えて、 $\log 6, \log 9, \log 4$ を $\log 2, \log 3$ で表し、まとめてあげるとよい。
- (4)原則に則って、行列 A をかけて平行移動させればよい。あとは連立させるのみ。
- (5)角度を調べどこが相似かを考えることがポイント。相似を使い辺の長さを求めていく。また、半径を R とおき、余弦定理を使い、方程式を解く。あと流れに沿って計算していけばよい。

②体積

○原則

体積の概念

高さが x のとき、断面積を $S(x)$ と表せるとする。 x を a から b に変化するとき体積 V は面積の積み重ねによってできる。よって

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

○ 解答の方針

アイ距離 d は O から $A''B''$ までの距離 1 から OA の $\sqrt{2}$ まで変化する。

ウエオ h が 1 変化とき $\frac{-1}{3}a$ 変化するとわかる

カキ相似を考えれば簡単に考えられる。

ク〜ス 今までと同じように求めればよい

セ〜テ 面積の増分を考える。 $P'Q'$ $Q'R'$ による増分を符号をつけて考えることで面積が増えたのか減ったのかわかる。

ナ〜ミあとは原則のように $S(x)$ を求め積分すればよい。

③ 平面座標

○ 原則

傾き -1 について

直交する $(1, m_1) \cdot (1, m_2) = 0$

$$m_1 m_2 + 1 = 0$$

$$m_1 m_2 = -1$$

逆に $m_1 \cdot m_2 = -1$ なら

$$(1, m_1) \cdot (1, m_2) = 0$$

だから直交する

○ 解答の方針

(1) 傾きが ac と表されているので $a \times c = -1$ を示せばよい。

(2) (1)の流れを考え BO の傾き \times BA の傾き $= -1$ をつかう。

$(P, p^2), (q, q^2)$ の傾き $p+q$ となることに気づけば、計算しやすい。

傾きを使った式を立て、 b が求まる条件を考える。

(3) $\angle OBA$ と $\angle BOA$ と $\angle OAB$ が 90° になるか考えると直角三角形が 4 つできるのは ③⑤⑥において実数 b が存在する条件を考える。