

①小問集合

○ 原則

1、 割り切れるという概念・・・(1)に利用

$P(x)$ が $R(x)$ で割り切れるとする。 A を任意とすると $P(x)=AR(x)$ と表すことができる。 $P(x)$ を $R(x)$ で割ると n あまるとする時 $P(x)=AR(x)+n$ と表せる。

2,行列の基本・・・(2)に利用

2×2 行列の掛け算は $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae - gb & af - bh \\ ce - dg & cf - dh \end{pmatrix}$ である。

3,双曲線について

$\frac{(x-a)^2}{c^2} - \frac{(y-b)^2}{d^2} = -1$ と表せる時、中心； (a,b) となり、頂点； $(a,b \pm d)$

焦点； $(a,b \pm \sqrt{c^2 + d^2})$ 漸近線； $y = b \pm \frac{d}{c}(x-a)$ となる

○ 解答の方針

(1) $P(x)=A(x-2)(x+2)$ ・・・①と $P(x)=B(x+1)^2$ ・・・②と表せる。①から $P(2)=P(-2)=0$ とわかる。②から、 $P'(x)=B'(x+1)^2+2B(x+1)$ と成るので $P'(-1)=P(-1)=0$ とわかる。これらの式を解けば答えが出る。

(2)原則に従って、式を立てる。あとは左右の式が同じになる条件を考えれば良い。

(3)原則に従って具体的な数値を代入すれば良い。

②確率

○ 原則

集合のまとめ

1、空集合・・・(1)に利用

要素を1つももたない集合を 空集合 といい、記号 ϕ

2、共通部分と和集合・・・(1)に利用

2つの集合 A, B について、 A と B のどちらにも共通に属する要素全体の集合を、 A と B の 共通部分 といい、 $A \cap B$ と表します。

すなわち、 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ かつ } x \in B\}$ ということです。

また、 A か B の少なくとも一方に属する要素全体の集合

を、 A と B の 和集合 といい、 $A \cup B$ と表します。

すなわち、 $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ または } x \in B\}$ ということです。

3、部分集合・・・(2)に利用

2つの集合 A, B について、 A のどの要素も B の要素である

とき、 A は B の 部分集合 であるといい、 $A \subset B$ または $B \supset A$

という記号で表し、「 A は B に含まれる」、または、「 B は A を含む」といいま

す。たとえば、 $A = \{6n \mid n \text{ は自然数}\}$ 、 $B = \{2n \mid n \text{ は自然数}\}$

のとき、 A は6の倍数、 B は2の倍数であるから、集合 A の要素はすべて集合 B の要素となりますので、 $A \subset B$ となります。

4、補集合・・・(4)に利用

全体集合の部分集合 A に対して、 A に属さない、要素全体の集合を全体集合に関する A の補集合 という

例： $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ を全体集合とすると、 $A = \{1, 3, 5\}$ とするとき、 A の補集合は、 $\{2, 4, 6\}$ となります。

5、属する・・・(6)に利用

a が集合 A の要素であるとき、 $a \in A$ または $A \ni a$

a は集合 A に属する といい と表し、 b が集合 A の要素でないとき、

b は集合 A に属さない といい $a \notin A$

と表す。「 $\in$ 」を「属する」と呼びます。利用するときは、向きに注意し、開いている方が集合で、閉じている方が要素であることに注意。

○ 解答の方針

(1)は原則1,2を考えると A の中に1,2がないということである。

r の操作で1も2も出ない時は常に1,2を除く $n-2$ 個のうち一つ出れば良い。

(2)原則を参考にし、求める確率を考える。共通集合は求めやすいことが多い。

だから、 $P(A1 \cap A2) = P(A1) + P(A2) - P(A1 \cup A2)$ のやり方はよく出てくるので慣れしておく。

(3)まず2個しか出ない時を1,2しか出ない時と考え、求める。そして、選び方は $(1,2)(3,5)$ などなど様々あるので、 n 個から2つ選ぶ ${}_nC_2$ を計算すれば良い。

(4)原則のように補集合はなるから、求める確率は $n, n-1$ が確実に出るということ。(3)と同じように考えれば良い。

(5) k 以下が出る事象から $k-1$ 以下しか出ない事象を引けば k が少なくとも一回出る k 以下の事象が求まる。

(6) 原則 6 のような意味を持つことを確認する。最大値 k を求める計算は(5)と同じである。 r に 2 を代入すれば良い。そして計算をすすめるのだが Σ の計算で $m^k \times k$ のような形が出てきたら、 S と mS の差を考えるのが定石である。

③ 図形

○ 原則

1, ヘロンの公式・・・(1)(3)に利用

三角形の三辺の長さ a, b, c が分かっているとき、三角形の面積 S は、 $s = \frac{a+b+c}{2}$

とすると $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ と表せる。

2, 外接円の四角形・・・(1)に利用

外接円の四角形の向かいあう角の合計は 180 度である

3, 内接円の三角形、四角形・・・(2)(3)に利用

内接円の中心から三角形・四角形との接点に下ろした直線は接線と垂直に交わる内接円の半径と三角形・四角形の辺の長さを使って三角形の面積を求められる

4、図形の最大最小・・・(3)に利用

図形の最大最小の問題は角度を設定するor辺の長さを設定するかのどちらかである。

○ 解答の方針

(1) まず R は何で表せるかを考える。半径と聞けば正弦定理を思い出して欲しい。次に $\sin B$ を求めるのだが、余弦定理を使い $\cos B$ を求め、 $\sin B$ を求めることもできる。しかし、計算が面倒であるのでヘロンの公式をうまく使う。面積を求める時はヘロンの公式は簡単で有効である。計算を進め、最小を求めてやれば良い。余弦定理を用いて AC^2 を 2 通りで表す。原則 2 を使えば $\cos \beta$ と $\cos \alpha$ を消去して x と t のみの式にできる。原則 2 を使うやり方は定石であるので覚えておく。 X について解けば解が出る。

(2) 原則 3 のように辺の長さ s を使うことで、 S を求められる。

(3)原則3を再び使い、Uを2通りで表し、連立させて解く。yについて解くとtの複雑な式になり、工夫しなければならないのだなとわかる。別解のように解くやり方もある。原則4を考え、辺の長さでは難しくなったので、角度を設定してみると考える。
角度を設定しUを求め最大を計算する。

④微分・積分

○ 原則

相加相乗平均の不等式・・(1)に利用

$$A+B \geq 2\sqrt{A \cdot B} (A > 0, B > 0)$$

相加相乗平均は $A \times B$ をするとA,Bの変数が消える時に有効である。

○ 解答の方針

(1)lを問題設定より置いて、 C_2 と連立させれば良い。変数aが相加相乗平均の不等式で消えると気づき、原則1が使えるとわかる。

(2) $x_1+x_2=2a$ と表せる。あとは解と係数の関係を使い x_1+x_2 を消去する。

(3)Sをまず求めるのに積分を行う。それをmで微分する。 $x_2(m)-x_1(m)$ は $x_1(m)=x_2(m)$ ではないので増減に関係ない。よって $-a^2m-k$ について考えれば良い。

(4) $m=-\frac{k}{a^2}$ をS(m)に代入し解と係数の関係を考えて、 x_2-x_1 を求めてあげれば良い。