

① 行列

○ 原則

1、 逆行列を持つ・・・(1)に利用

A が逆行列を持つとき $\det(A) \neq 0$

2、 行列の掛け算・・・(2)に利用

$(P + Q)^2 = P^2 + PQ + QP + Q^2$ となり $PQ \neq QP$ となることもある。

○ 解答の方針

(1)原則から逆行列を持たないのは $\det(A)=0$ の時である。これを満たす k を求めればよい。

(2) α, β に 3,4 を代入し二つの式を立て、連立させ、 P, Q を求めてあげれば良い。

(3)計算してあげれば良い

(4) $PQ, QP=0$ $P^2 = P, Q^2 = Q$ に注目する。 A^n の繰り返しが簡単に求まることに気づけば良い。

(5) (1)と同じように、逆行列を持たない条件を求める。

(6)ただ N を求めて 2 乗する計算をすれば良い。

(7) (6)の流れをくむ。 $N^2=0$ を使うことを考える。 $C=kE+N$ を使い実験してみても 0 となる項が多いことに気づく。これを使い C^n を簡単に計算する。

② 極限

○ 原則

面積評価・・・(1)に利用

面積評価をするときはグラフの凹凸に注目し、グラフを書いてみて階段面積と曲線の積分で求める面積を比べ不等式を組む。

○ 解答の方針

(1)不等式の真ん中は $\frac{1}{x^2}$ の x が整数である時。これは階段面積を表していると気づ

く。また、左と右は $\frac{1}{x^2}$ の積分した形であると分かれば、グラフの面積評価を考え

る。凸性を利用する。

不等式はグラフの面積評価が良くできるので、やり方を覚えておく。

(2) (1)の流れをくむことを考える。m に何かを代入し極限をとればよいと考える。はじめ m=1 かと考えるが左右の極値が違うので、m に違うのを入れることを考える。m に2を入れてみると1足りないと気づく。両辺に1を足してみると左右の極値も合うとわかる。

(3) (2)と同じように m にいろいろ入れて実験してみれば答えが出る。

③積分

○原則

1、部分積分・・(1)に利用

$$\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

積分の分野で繰り返しや漸化式を作る時、部分積分を用いる。

2、回転体の体積について・・・(3)に利用

y=f(x)の式についてx軸まわりに回すと体積は $\pi \int y^2 dx$

y軸まわりに回転すると体積は $\pi \int x^2 dy$ と計算できる

○解答の方針

(1) I_0 はただの単純計算。 I_{k+1} を I_k で表すことを考える。 $(\log x)^{k+1}$ を $(\log x)^k$ に変えるためにf(x)とg(x)をどうするか考える。 $(\log x)^{k+1}$ を $(\log x)^k$ に変えたいので、f'(x)に $(\log x)^{k+1}$ を入れる。計算し解答での②を得る。あとは具体的にI4を求めてやればよい。

(2) (1)と関係なく差をとって微分して増減と最小値を考えれば良い。

(3)a 増減表と極値の他にも存在範囲と座標軸との交点と対称性を考え、グラフの概形を書いてあげれば良い。極値は $x \rightarrow \infty$ を調べてあげれば良い。この極値は(2)を使えば良いとすぐに気づくであろう。

b n から n^2 まで積分してあげれば良い。

c 原則2に則り、積分する。ここでI4と同じあることに気づけばあとは(1)を使えばよい。

d V_n と S_n を代入し極値を求めてあげれば良い。解答では、計算しやすくするため、 Σ をもちいた。