

## ① 小問集合

### ○ 原則

1、外心について・・・(2)に利用

三角形 ABC の外心を O とすると  $OA=OB=OC$  となる。

2、微分の可能かどうか・・・(4)に利用

$f(x)$ において  $x=a$  で微分可能かどうかは以下のように判断する。

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するかである。

「グラフが滑らかである」 $\rightarrow x=a$ 付近を直線で近似できる $\rightarrow$ 微分係数が存在する  
(接線の傾きが一通りに定まる)，と解釈します。

### ○ 解答の方針

(1)まずこの不当式を解いてみて $x$ の範囲を求めてみる。 $\frac{2a+1}{2}=a+\frac{1}{2}$ と書き換えら

るかが大切で、そうすれば $\frac{5a+2}{3}$ の範囲について考えられる。

不等式がらみで一つの答えを出す問題は、不等式で範囲を狭めることが大切である。

(2)原則の1より、外心の特徴をまず使う。外心の特徴からわかった②、③を使うことを考える。ここで、②、③に $\overrightarrow{AO} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ を代入することが見えるので、代入して $s,t$ の式にすれば良い。

(3)具体的にAから球を取った時を調べ考えれば良い。

(4)今回 $x=0$ で $x^3$ と $-x^3$ と変わるの、ただ一つの $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するか

考える。この時 $x \geq 0$ は $+0$ で近づけ $x \leq 0$ は $-0$ で近づけることに注意する。

## ② 微積分

### ○ 原則

積分について・・・(2)に利用

積分して面積を求めるときはグラフを書いたり、計算して、グラフの上下と積分範囲を確認する。上下を間違えると面積が負になってしまう。

## ○ 解答の方針

(1)  $x=t$ での接線は $y=f'(t)(x-t)+f(t)$ と表せることはしっかり押さえておく。

あとは恒等式となる条件を考えればよい。

(2) 積分するときの積分範囲がC2は $t$ によって $s$ の正負が変わることに注目する。

これに気づけばあとは、計算するだけである。

ii  $0 < t \leq 1$ と $1 \leq t$ に分けて $S(t)$ を考える。 $S'(t)$ を求めて増減を考えればよい。

## ③ 体積と極限

### ○ 原則

体積の計算について

$z=t$ の時の断面積を $f(t)$ とすると体積は $\int f(t)dt$ で求めることができる。

またある軸まわりに回したときには、回す前に軸から最も遠い点と近い点を回した間の部分が体積となる。

遠い部分の距離を $M$ 近い距離を $m$ とする。

体積は $\int \pi(M^2 - m^2)dt$ となる

### ○ 解答の方針

(1)  $\angle P1GQ$ を $\frac{\pi}{n}$ で表すことができれば、不等式で抑えられる。不等式の問題は文字の部分に数字に置き換えて不等式に利用することが多い。

(2)  $i$ 球がどのように動いているのか確認しづらいと思うので、 $n=3$ のように具体的に書いてみるとよい。 $\frac{\pi}{n}$ について考察し、それを $n$ 倍し、断面積を求めればよい。ここで、面積比は相似比の2倍であることをうまく利用する。

ii 原則のように断面積を積分して体積を求める。

(3) 原則に従って、最も遠い点と近い点について考察する。

あとは $\int \pi(M^2 - m^2)dt$ に則って計算すれば良い。

(4)  $\sin$ と $\tan$ があるので、極値の計算では $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ をうまく

作るように考える。また $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ を作ることを考える。これを使い極値を求めれば良い。