

①座標

○ 原則

1、内分、外分・・・アイに利用

上に、2、 $P(x_1), Q(x_2)$ があるとき、

線分PQを $m:n$ に内分する点Rの座標は、 $\frac{nx_1+mx_2}{m+n}$

線分PQを $m:n$ に外分する点Rの座標は、 $\frac{-nx_1+mx_2}{m-n}$

2、媒介変数消法による軌跡・・・ウに利用

求めたい x,y の方程式。 x,y を a,b という媒介変数で表し、 a,b を消去することで x,y の式にする。 a,b の条件（値域など）を x,y に反映させなければならない。

○ 解答の方針

アイ、原則のように内分の式に当てはめれば良い。

ウ媒介変数消法を使う。求めたい式は s,t として媒介変数を x,y としている。

エ解答のやり方を思いつくのは難しい。よって交点の2点を求め、2点を通る直線を求めても良い。

オ a が実数全体を動く条件を考える。 a の実数が存在する条件は a の二次関数の解が存在することである。

カ直線1についても同様に考えれば良い。

キ $-3 \leq a \leq 3$ の範囲を動くときの Q の通過する領域は言い換えれば、 a が $-3 \leq a \leq 3$ を満たす X,Y の条件である。あとはその条件を解けばよい。

ケグラフを書くと上下関係がわかり、計算しやすい。

②最大最小

○ 原則

1、相加相乗平均の関係・・・(2)に利用

(2文字の場合)

$a \geq 0, b \geq 0$ のとき

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ が成り立つ。等号が成立するのは $a=b$ のとき

ab で文字式が消え定数になる時によく使う

2、文字固定を使う最大、最小・・・(3)について

これはいくつ文字式があってもできるが、多いほど手順が増える。2文字の時、

まず片方の 1 文字を固定し定数とみなす。もう片方を変数と見て最大値または最小値を求める。そしたら、まだ残っている文字式を変数とみなし、1 文字固定した時に最大値を求めたなら最大値を、最小値を求めたなら、最小値をさらに求める。

○ 解答の方針

(1)平面 zbc , との距離は四面体 abc を作って体積を底面について 2 通りで見ることにより d を求める。

(2)うち消せばうまく文字式が消えそうだとすることに気づく。うまく消して相加相乗平均の関係を使いたい。どう消せばいいかを考え式を変形する。
文字固定でもできるが 3 文字もあり、面倒である。

(3)最大を相加相乗平均で求めることは難しい。だから、文字固定を行う。3 文字でもできるが煩雑になるのでできるだけ文字を減らしたほうが良い。

③期待値

○原則

1、期待値・・(1)に利用

1 から n までの試行で値を X_k 確率を p_k とすると期待値は

$$\sum_{k=1}^n x_k \times p_k$$

2、無限等比級数の和・・(1)(2)に利用

初項 a_1 , 公比 r の等比数列 a_n において, $-1 < r < 1$ のとき

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-r}$$

となる。

3、確率変数の和, 積の期待値の公式・・(1)(3)に利用

X, Y を確率変数とするとき

$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ が成り立つ。

確率変数 X と Y が互いに独立であるときは, 確率変数 XY の期待値は

$E(XY) = E(X)E(Y)$ が成り立つ。

○ 解答の方針

(1)原則のように期待値を求める。それができたら、無限等比級数の和の公式を使い求める。

(2) $Y_n - Y'_n$ を求め(1)を使い、 Y_n を求める。あとは(1)と同じように無限等比級数の和の公式を使い計算すればよい。(1)で $Y_n + Y'_n$ を作ったことを意識し、 $Y_n - Y'_n$ を作るところがポイント。

(3) $E(x_n Y_n)$ を計算してみる。つぎに r が何かを $x=0$ より求める。 $E(X_n)^2$ について詳しく見てみる。原則3を使いながら、計算を進める。 $x=0$ をうまく使い計算を楽にしていくなところがポイント。