

31 : 気体の状態方程式

○原則

①熱力学第一法則について

(気体が吸収した熱量) = (気体の内部エネルギーの変化) + (気体が外部にした仕事)

または

(気体が吸収した熱量) = (気体の内部エネルギーの変化) - (気体が外部からされた仕事)

どちらもよく使われる関係式なので、符号の向きを間違えないようにしましょう。

②物体が外部にする仕事は、 $p\Delta V$ である。

= 物体が外部にする仕事は、 $p-V$ グラフが囲む面積である。

③状態 1 から状態 2 に気体が移行するとき、どんな経路をたどってこの状態変化をしても、最終的に気体が得るエネルギー量は等しい。

○解答の方針

・問 1 は、原則①の熱力学第一法則の式から導くことができます。

容器全体の体積に変化がないので気体がした仕事は 0、容器は断熱壁で囲まれているので気体が吸収した熱量も 0 です。

・断熱壁が動き始める瞬間、断熱板にかかる重力と圧力による力がつりあっているため、つり合いの式を立てます。(これ以前では、重力が圧力による力よりも大きかったため板が動くことはありませんでした。)

・問 3 (2) は、 $p-V$ グラフが直線で書けることが (1) よりわかるので、グラフを書けば気体がした仕事が簡単に求められます。

また、グラフが直線にならなくても積分を使って求められます。

さらに、別解の考え方もとても重要なので確認しておきましょう。

・問 4 は原則①を使います。

A と B の間はコックで仕切られているので、「気体がなされた仕事 W_m 」は B に入っている気体だけに伝わっていると考えられます。A、B の形状は同じなので、一方に入っている気体は元の半分の量になっています。

・問 5 は、どちらの気体の状態変化でも、初めの気体の状態が Z_2 、最終的な気体の状態が Z_3 となっているので原則③をもとに考えます。

32 : $p-V$ グラフと熱サイクル

○原則

①等温変化では、(内部エネルギーの変化) = 0 より、

(気体が外部にした仕事) = (気体が外部から受け取った熱量) となる。

$\leftarrow \Delta U = nC_V \Delta T$ から分かります。

②(気体が外部にする仕事) = $p\Delta V$ という定義から、気体が外部にする仕事は、 $p - V$ グラフが囲む面積である。

③断熱変化は、(気体が外部から受け取る熱量) = 0 であることを表し、
(内部エネルギーの変化) + (気体が外部にした仕事) = 0 となる。 ($\Delta U = nC_V\Delta T$)

○解答の方針

・問1、問2は、グラフを見ると等温変化の状態なので、原則①を使います。

・どんな状態変化のしかたでも原則②は成り立つので、これを使います。

過程①、③は等温変化なので、気体の状態方程式から $pV = (\text{一定})$ になるので、 $p - V$ グラフが囲む面積は積分で求めることとなります。

・問5は、微小な断熱変化を考えて、熱力学第一法則から答えを求めます。

・問8は、与えられたグラフから、仕事の正負を考えて足し合わせるだけです。

補足ですが、熱サイクルを $p - V$ グラフに書き直したときに囲まれる面積が、熱サイクル全体の仕事の総和となります。

今回の問題では、このような考え方を使って解くことは困難ですが、このやり方でやると簡単に仕事の総和を求められる問題もよくあるので、覚えておきましょう。

33：断熱変化とポアソンの法則

○原則

①(気体が外部にする仕事) = $p\Delta V$, (気体が外部からされる仕事) = $-p\Delta V$ である。

②気体が外部から受けた熱量 Q は、

定圧変化 : $Q = nC_p\Delta T$ 定積変化 : $Q = nC_V\Delta T$ となる。

○解答の方針

I
・(1)は原則①を使いますが、符号についてミスしがちなので、十分注意しましょう。

II
・(4)を解くために、 C_V , C_p のどちらも登場するような式を立てよう、と考えます。
すると、原則②と、定圧変化における熱力学第一法則から答えを求められることがわかります。

III、IV

式変形だけです。問題のはじめで与えられているように、近似をⅢで使いましょう。

34：ピストンの単振動

○原則

①(ある面に加わる力) = (圧力) × (面積)

②単振動で振動の中心を $x = 0$ として、振動の端(物体の速度が0になる点)を $x = \pm A$, 角振動数を ω とする。

$t = 0$ のとき、 $x = \pm A$ にいるならば

$$x = \pm A \cos \omega t ,$$

$x = 0$ にいて $x > 0$ に進み始めるならば $x = A \sin \omega t$ など、三角関数の式で表される。

実際にどのような形になるのかは、 $t = 0$ のときの物体の位置から考える。

○解答の方針

・問1(7)は、(6)の式から考えます。体積が増えるとき、(6)の右辺で、 $\frac{\Delta V}{V_0} T_0 > 0$ なので、

($1 - \gamma$)の正負を考えればよいことになります。 γ は(5)を参照します。

・問2は断熱変化なので、問1で求めてきた、体積変化と圧力変化の関係式を使って(1)を解くことができます。この問題では、前問をうまく利用することが大事です。

・問2(2)では、原則①を使います。原則①の「圧力」とは、ピストンにかかる「圧力差」のことです。

・問2(3)では、振動の端の位置と角振動数がわかっているので、原則②からピストンの位置を考えます。

35：気体の断熱圧縮と膨張

○原則

①(力学的エネルギーの変化) = (外部からうけた仕事の量) である。

②(圧力) × (体積) ^{γ} = 一定 の式が成り立つときは、この式と気体の状態方程式を使って

(絶対温度) × (体積) ^{$\gamma - 1$} = 一定 の式が成り立つ。

←この関係を覚える必要はありません。導けるようにしておけばよいです。

③抵抗… $R(\Omega)$ 、電流… $I(A)$ 、電圧 $V = RI(V)$ の回路において

単位時間当たりのジュール熱 P は、 $P = VI = I^2R$

$t(s)$ 間に供給される熱量 Q は、 $Q = Pt$

○解答の方針

I

・角棒にはたらく力は、静止摩擦力、物体とピストンからうける垂直抗力(=物体とピストンの重力)、ピストンに加わる大気圧による力 の3つです。

今、逃がし弁は開いているのでシリンダー内外の圧力差はなく、実際に角棒にはたらくのは静止摩擦力と、物体とピストンの重力のみです。

また、棒の左右からそれぞれFの力が加わっているため、最大静止摩擦力は $F\mu$ ではなく $2F\mu$ となります。

II

・(3)では、運動している物体が、運動と逆向きに力を受けている（動摩擦力）ので、力学的エネルギーは減少しています。原則①の式を使って解きます。

III

・(5)、(6)は原則②の関係を使って解きます。

IV

・(9)では、気体が受け取った熱量は原則③から分かり、気体が外部にした仕事は(7)から分かるので、熱力学第一法則の式から答えを求めることができます。

36: 気体の移動と状態変化

○原則

①気体の内部エネルギー $U=nC_VT$ とは、気体分子の内部エネルギーのことである。

→気体分子1個あたりの運動エネルギーは、 U を気体分子の個数である nN 個(N :アボガドロ数)でわったものとなります。

または、気体分子1個あたりの運動エネルギーの公式を覚えていれば、

(気体分子1個あたりの運動エネルギー) $=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT=\frac{3R}{2N}T$ (k :ボルツマン定数)としてそのまま求めても構いません。

○解答の方針

・問1は、原則①を使って解きます。今は「単原子分子」を考えているので、 $C_V=\frac{3}{2}R$ となります。

「二原子分子」の場合は、 $C_V=\frac{5}{2}R$ となります。

・問2では、「仕切板が上方に動き始めた」ときを考えているので、仕切板にかかる力のつり合いから答えを求めます。

・問3では、「仕切板の高さが $\frac{L}{2}$ になったところで加熱を止めた。」とあることから、ここでも仕切板にかかる力は釣り合っていると考えて、力のつり合いの式を立てて答えを求めます。

・問4は、弁を開く前後で外部との熱のやり取りがないので、エネルギー保存則が使えます。

このとき注意すべきなのは、気体のみのエネルギーは保存しないということです。

質量をもった仕切板が動くので、この位置エネルギーの変化もあわせて、気体と仕切板全体のエネルギー保存を考える必要があります。

また、問4は未知数が多く複雑なので、図を描いて整理しつつ解き進めましょう。

37：波の屈折とホイヘンスの原理

○原則

①波の屈折では、入射角： θ_1 屈折角： θ_2 屈折前/後の速度： v_1/v_2 屈折前/後の波長： λ_1/λ_2

とすると、 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ となる。

←この公式は重要なので覚えましょう。また、「屈折により振動数は変化しない」ことを考えると、 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ は納得できます。

②全反射とは、屈折角が 90° を超えたせいで、屈折しなくなってしまう現象であり、(屈折角) $=90^\circ$ としたときの入射角を、臨界角という。

③気温 $t^\circ\text{C}$ のときの音速 v は、 $v = 331.5 + 0.6t$ となる。

←気温が高いほうが音速は速くなります。

○解答の方針

・(8)は、(1)の関係を使います。

ちょうど全反射が起こるときを考えると、 $\sin \theta_2 = 1$ になって、(臨界角) $=\sin \theta_1 = \frac{v_1}{v_2}$ です。

これをみただけで θ_1 が存在するには、 $\sin \theta_1 < \sin \theta_2 = 1$ が必要だから答えが求まります。(もしも、 $\sin \theta_1 \geq \sin \theta_2$ となっていたら、境界面 I で全反射が起こることはありません。)

・(9)は、原則③から考えます。

・(12)は、今まで求めた角度の関係を使って、 θ_0 と θ_c の関係を求めます。

38：虹の原理

○原則

①波が、媒質 I → 媒質 II → 媒質 I と進むとき、(媒質 I → 媒質 II の入射角) = (媒質 II → 媒質 I の屈折角)である。

②波が媒質 I → 媒質 II と進むとき、入射角： θ_1 屈折角： θ_2 媒質 I / II の絶対屈折率： n_1/n_2 とすると、

$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$ となる。

③可視光線のうち、最も波長が長いのは赤色で、最も波長が短いのは紫色である。

←解説に載っている、可視光線の色と波長の関係をすべて覚える必要はありませんが、原則③は最低限覚えておきましょう。

○解答の方針

・問1(1)(2)では原則①を使って考えます。

点Aと中心をつないだ線は、点Aでの球面の法線になるので、(入射角) = α 、(屈折角) = β です。
また、点Bと中心をつないだ線は、点Bでの球面の法線だから、(入射角) = β 、(屈折角) = α です。

・問1(3)では、入射角と反射角が等しいことを利用します。

点Bと中心をつなぐと、(入射角) = β 、(反射角) = β だから、 $\angle ABC = 2\beta$ となります。
これを、時計回りの変化になおせば答えが求まります。

・問1(6)は、原則②を使って求めます。

・問1(8)(9)は、問題文の意味をしっかりと把握すれば答えられます。

「衝突径数 b とわずかに異なる衝突径数 $b + \Delta b$ 」は、 b よりわずかに小さい場合と、わずかに大きい場合の2通りが考えられます。このときに「ほぼ同じ仰角に散乱される」のは、図2(b)の極大値付近でのみ起こっています。このことから、答えが導けます。

・問2は、図2(b)から考えます。図を見ると、 $\theta_2 > 42^\circ$ では光が散乱されることがわかります。
このことから、虹の外側は $\theta_2 > 42^\circ$ になる場合ではないかと考えて記述します。

・問3は、原則③から考えます。

39：屈折による拡大

○原則

①波が媒質 I → 媒質 II と進むとき、入射角： θ_1 屈折角： θ_2 媒質 I / II の絶対屈折率： n_1/n_2 とすると、

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \text{ となる。}$$

ここで、媒質 I に対する媒質 2 の屈折率(相対屈折率)を n とおくと、 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n$ となる。(屈折の法則)

○解答の方針

・問3は、原則③の屈折の法則を使います。

・問5は、解説のようにまた角度を設定して解くこともできますが、図1と図2で空気と水の立場が入れ替わっただけだと考えれば簡単に解けます。

問4までとは違い、相対屈折率が $\frac{1}{n}$ になったと考え、問4の n を $\frac{1}{n}$ におきかえれば、

$$\frac{\frac{1}{n}(h+d)}{\frac{1}{n}h+d} = \frac{h+d}{h+nd} \text{ となり、答えが求められます。}$$

40：2枚のレンズによる像

○原則

①物体からレンズまでの距離 : a レンズから像までの距離 : b 焦点距離 : f とすれば、

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{がなりたつ。}$$

ただし、凸レンズ : $f > 0$ 凹レンズ : $f < 0$

像がレンズの前方(左側)にある : $b < 0$ 後方(右側)にある : $b > 0$

②実際の物体に対して、観察できる像の大きさの倍率 m は、 $m = \left| \frac{b}{a} \right|$ となる。

○解答の方針

・問1、問2は、原則①、②を使って公式に当てはめるだけです。

・問3は、A、B、Cをすべて同時に考えると解けなくなります。まず、A→Bを考えます(問1)。

その後、Bを像ではなく物体とし、B→Cを考えます。

このとき、原則①を使っていきますが、符号に注意しましょう。

・問4では、物体AA`の位置について求めたいので、C→B→Aの順番で原則①の公式をつかっていきます。

・レンズL2とスクリーンの位置(像CC`の位置)を変えないことから、像BB`と像CC`の位置関係も変わらないことに気付けるかがポイントです。

その後は、「レンズL1による倍率が1倍以上である場合」という条件から答えを求めます。