

数学ⅡB 基礎問題精講 解説

P151 | 演習問題95(3)

ポイント

- ① 「接線が3本引ける」 = 「異なる3つの接点が存在する」
- ② 「3次関数が異なる3つの解を持つ」 = 「極大値が正、且つ、極小値が負」

解説

(1),(2)の正答率はそれぞれ92.6%あったので、(3)の解説をしていきます。

本番では(1)(2)のような誘導がないこともあるので、一連の考え方を身につけましょう。

この問題の全体の方針は、「接線が3本引ける」 = 「異なる3つの接点が存在する」と言い換え、この条件を用いて p の範囲を求めようとするものです（ポイント1）。

接点を表す、 x 座標が t の点 T を定義し、それが点 $A(2, p)$ を通るということから、

$$p = -2t^3 + 6t^2 - 12$$

であることがわかります。ここで、(3)の問題となるわけです。

問題

(3) 点 A から接線が3本引けるような p の値を求めよ。

「接線が3本引けるような」は「 t が3つの異なる解を持つような」という意味ですので、次のように言い換えることができます。

(3) $p = -2t^3 + 6t^2 - 12$ で t が異なる3つの解を持つような、 p の範囲を求めよ。

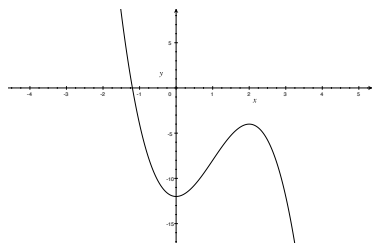
こうすると、一気にわかりやすくなりますね。解答のやり方とは違いますが、

$$y = p$$

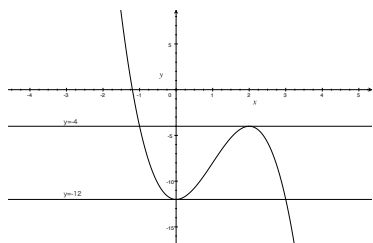
$$y = -2t^3 + 6t^2 - 12$$

が3つの異なる解を持つときの p の範囲を求めればよいのです。

$y = -2t^3 + 6t^2 - 12$ について増減表を書き、グラフにすると次のようになるので、



t が異なる3つの解を持つためには、 $-12 < p < -4$ の範囲にあればいいことがわかりますね。



<補足>

解答では $y = 2t^3 - 6t^2 + 12 + p$ として、 $y = 0$ (x軸) との交点の数、つまり t の解の数が3つであるということを考えていました。その際、極大値が正で、極小値が負であれば異なる3つの解を持つので (以下のグラフのように)、それを用いて計算すれば答えはでます。

