

21：ばねでつながれた2物体の運動

○原則

①ばねでつながれた2物体の運動では、ばねからの力以外を受けなければ運動量保存則が成り立つ。

←ばねから受ける力は、作用・反作用で説明できるのでA、B間にはたらく内力となります。

②複数の物体が運動しているとき、外力が働かなければ、重心は常に同じ速度で運動する。

重心速度の求め方…

物体1、2、…、nがあるとして、それぞれの質量を m_1 、 m_2 、…、 m_n
それぞれのある時間の速度を v_1 、 v_2 、…、 v_n とすると、

$$(\text{重心速度}) = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad \text{となります。}$$

○解答の方針

I. 物体Aは壁から離れないままなので、Bのみの単振動として考えます。

II

・問4は、ばねでつながれた2物体の運動を考えており、水平方向にはばねからの力以外働かないので、原則①を使います。

・問7は、原則②の式を使って重心速度を求め、物体Cの速度と比較します。

22：台車上での単振動

○原則

①複数のばねなどの長さや伸びについて考えるときは、必ずどこが正の向き、負の向きなのか決めておく。

○解答の方針

I

・問1～は、2本のばねについて考えていますが、それぞれで正の向きをバラバラに設定してしまうとややこしくなるので、右または左を正の向きに統一します。

解説では、右を正の向きと定めています。

・問4は、15：リングに束縛された物体の運動の原則③を使います。

II

・問5は振動の中心の位置を求めるので、19：万有引力による単振動と衝突の原則①を使います。

おもりにはたらく力が0ということは、ばねから受ける力と慣性力が釣りあっているということです。

- ・問6解説の「おもりの速度が v_0 より小さくなることはない」…(*) について
これは計算で導く事実ではなく、常識的に考えます。
元々おもりは v_0 で走っており、台車が加速した後、おもりは左向きの外力を受けることはありません。
外力が働かなければおもりが減速することはありません。つまり、(*)が言えます。

23:加速度計の原理

○原則

- ①速度と時間の関係を表したグラフが囲む面積は、進んだ距離になる。
- ②力学的エネルギーの増加分は、外力がした仕事に等しい。

○解答の方針

I

- ・問2では、グラフを書いてから電車が移動した距離を求めるので、原則①を使うことができます。

また、周期 T が、 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ となることから、 t_1 などを使わなくても移動した距離を求めることができます。

- ・問3では、電車が加速度計に対してした仕事を直接求めることは困難です。 t_1 での電車とおもりの運動エネルギー、ばねによる位置エネルギーは前問から求められるので、原則②を使います。

- ・問4は本来であれば、右向き、左向きにすべり出さない、という2つの条件を考える必要があります。解説では、右向きにすべり出さないギリギリの場合を考えているので、左向きにすべり出さない場合も考えるべきなのでは、と思うかもしれません。

しかし、 $t=0\sim t_1$ を考えてみると、左に最も引っ張られる瞬間は、加速度計は
ばねからの力… $k \times 2l$

慣性力… $M \times \left| -\frac{kl}{m} \right|$ が左向きに加わります。

これは、向きが逆であるだけで、解説と同じ答えが求められます。

したがって、どちらか1つの向きを考えるだけでよいということになります。

- ・問5は、単振動の中心、端の位置を求めた後、どのような運動がおこるかの図を描いて、求めていきます。

- ・おもりが静止するということは、つりあいの位置におもりがあるここに数式を入力します。ということです。

このとき、答えは無限にあるので、 $t_4=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ などとしないように気を付けましょう。

24:斜面上での単振動

○原則

- ①ばねが出てくる問題で、つり合いの位置を基準とすれば、(重力と弾性力による位置エネルギー) $=\frac{1}{2}kx^2$ にな

る。(xはつり合いの位置からの変位)

←この原則はとても重要なので覚えましょう。

②単振動での周期Tは、 $T=2\pi\sqrt{\frac{(\text{質量})}{(\text{ばね定数})}}$ である。

○解答の方針

・問1では、重力による位置エネルギーなどを考えて力学的エネルギー保存則を立てることもできますが、原則①のやり方を使ったほうが圧倒的に楽です。この解法は重要なので必ず覚えましょう。

自然長からAのつり合いの位置までの距離が $l_0 - l$ であることは問題文からすぐわかりますが、Aのつり合いの位置からA+Bのつり合いの位置までの距離も計算せずにすぐわかります。

AとBの質量は等しいので、同じ距離だけばねが押し縮められたと考えればよいのです。

・速さは加速度が働かなければ変化しません。したがって、A、Bにはたらく加速度を考えてそれぞれの速度がどうなるのか考えれば、問3の答えが導かれます。

・問4では、Aの単振動の周期を、運動方程式を立てるなどして難しく考える必要はありません。単振動では、原則②を使ってすぐに周期を求めることができます。

25: ゴムひもによる単振動

○原則

①ゴムひもによる物体の運動は、たるむ前はばねと同じように単振動をするが、たるんだら物体はゴムひもの影響を受けない。

②ばねやゴムひもなどの弾性定数(ばね定数)kは、長さがn倍になったら $\frac{1}{n}$ 倍、

太さがn倍になったらn倍になる。

○解答の方針

I

・(4)以降では、小球Aはゴムひもがたるむ位置にいるので、重力のみがはたらいて等加速度運動をします。

II

・(7)では、ゴムひもは自然長よりも長いので、仮想的な観測者から見ればどちらも復元力がはたらいて単振動をするように見えます。重心の位置に対して単振動しています。

すると、Iでは自然長がlであったゴムひもは、自然長が $\frac{l}{2}$ のゴムひもになったといえます。原則②より、単振動の周期の式を用いて解を求めます。

・(9)では、A、Bの中心、つまり重心を基準にして考えます。A、B全体にはたらく外力は重力だけ(ゴムひもによる力は内力です。)なので、重心は自由落下をしているといえます。

26：単振動と重心系の運動

○原則

①複数の物体が、外力を受けずに運動しているとき、重力の位置は変わらない。

物体 1、2、・・・、n があるとして、それぞれの質量を m_1 、 m_2 、・・・、 m_n

それぞれのある地点からの変位を x_1 、 x_2 、・・・、 x_n とすると、

(重心のある地点からの変位) $= \frac{m_1x_1+m_2x_2+\dots+m_nx_n}{m_1+m_2+\dots+m_n}$ となる。

○解答の方針

II

・問3では、解説のように考えても解けますが、違う考え方も紹介しておきます。

小球がほかの物体から受ける x 軸方向の力は、台からの垂直抗力のみ。

台がほかの物体から受ける x 軸方向の力は、小球からの垂直抗力のみ。

この二つの垂直抗力は、作用・反作用の関係にあるから、大きさは同じで向きが反対となる。

だから、二つの運動方程式の和は 0 となる。

・問4は解説のように解いてもよいですが、原則①の式は覚えて使えるようになっておくとう便利。

・問5について、小球の単振動の中心位置は、台から見るとレールの中心(最下点)です。

このとき、A と B の重心は一致しており、重心は動かないことから、求める x 座標は重心の位置になります。

・周期を求めたいので、 $T=2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ における k の値を出そうと考えます。したがって、問1の運動方程式と同様に指揮を立てます。

また、今は小球の単振動を考えており台の x 座標 x_2 は必要ないので、どうにかして x_2 を消去しようと考えます。

27：熱気球

○原則

① p: 圧力 V: 体積 n: 物質質量 R: 気体定数 T: 温度 とすれば、状態方程式は、 $pV=nRT$ となる。

②状態方程式を変形して様々な法則が存在する。

ボイルの法則 $pV=一定$ (物質質量、温度が不変の時)

シャルルの法則 $\frac{p}{T}=一定$ (物質質量、体積が不変の時)

ボイル・シャルルの法則 $\frac{pV}{T}=一定$ (物質質量が不変の時)

③定積変化での吸収熱量は、 $Q=nC_V\Delta T$ である。

← 一般に、気体の吸収熱量を Q、気体の内部エネルギーの増加を ΔU 、気体が外にした仕事を W とすると、

$Q=\Delta U+W$ (熱力学第一法則) となります。ここで、 $W=P\Delta V$ で与えられることから、定積変化では $W=0$

になります。 $\Delta U = nC_V\Delta T$ となるので、原則③が言えます。

④断熱変化は、外部から熱量を吸収することなく、内部エネルギーを使って外部に仕事を行う変化のことである。

○解答の方針

I …定圧変化

・(1)は密度を使うことになっていますが、それぞれの単位を考えて原則①の状態方程式と同様にすれば、式をたてられます。

・気球の弁を開いたままにしているので、気球内外での大気圧は等しくなることから、(2)は(1)の結果を用いて求めます。

・(3)は、気球内部の気体の重力も考える必要があることに注意しましょう。

II …定積変化

・(4)は定積変化なので原則②からシャルルの法則を使おうとまず考えますが、一つの式に対して未知数が二つ (P_2 、 T_2) あるので、答えを求めることができません。

気体に与えた熱量が示されているので、原則③を使って解くことになります。

III …物質量が変わらない変化

IV …断熱変化

・(8)は断熱変化と問題文に書いてあるので、原則④を使います。

・ $PV^\gamma = \text{一定}$ という関係が与えられていますが、今は V と T の関係を知りたいので、与えられた関係とボイル・シャルルの法則を用いて式を変形します。→ $TV^{\gamma-1} = \text{一定}$

28：浮力とボイル・シャルルの関係

○原則

①ある物体が水中にあるとき、あらゆる方向の水から受ける力を水圧という。

水の密度を ρ 水深を h 重力加速度を g 大気圧を P_0 とすると、

水圧 P (Pa) は $P = \rho hg + P_0$ となる。(水深に比例)

②浮力は、物体に上向きにはたらく力で、水圧の合力である。

水の密度を ρ 物体の体積を V 重力加速度を g とすると、

浮力 F (N) は $F = \rho Vg$ となる。

○解答の方針

・問1(1)では、面積 S のピストンに加わる力のつり合いを考えます。下側では、液体から働く水圧から力を求

めます。上側では、シリンダー内の気体の圧力から力を求めます。

・問1(2)では、原則①、②から水圧と浮力の関係が分かっているれば解けます。

解説では、シリンダーに働く重力と水圧による力からつり合いを考えています。水圧は、シリンダーと水が接する面すべてに加わっていますが、シリンダーの側面は打ち消しあうので考えておらず、シリンダーの上下に働く水圧のみを考えます。

一方、別解のように、シリンダーに働く重力と浮力から力のつり合いを考えることもできます。原則②から、浮力は上向きの力です。

水圧の差をとったものが浮力であるので、浮力と水圧がともに働くと考えてはいけません。

・問2(2)は、問1(1)と同様に考えます。ここでは、おもりからシリンダーに働く力の向きに注意します。面積 S_0 のピストンにのったおもりによる重力は、大気圧が面積 S_0 のピストンを押す力と同じ働きをするので、面積 S のピストンに下から加わる水圧の一部となります。

・問3(1)では、問1、2と同様にまずつり合いの式を立てます。

さらに、「液体と気体の温度は変化しない」ことから、等温変化なのでボイルの法則を使います。

・問3(2)は、一般のばねの復元力 $F = -kx$ (安定)と見比べます。

29 : 気体の分子運動論

○原則

① 2物体A、Bがあるとする。このとき、

(AがBからうけた力積) = - (BがAからうけた力積) である。

② ある物体に働いた力積を I とすると、与えられた力を f 力が与えられた時間を t とすれば
 $I = ft$ となる。

これより、(単位時間当たりの力積) = (物体がうける力) になる。

○解答の方針

I

・(2)では、原則①を使って、気体分子がうけた力積を出してから答えを求めます。

II … Iと同様に求めることができます。

III、IV … 問題文にしたがって式変形していきます。

30 : 平均自由行程

○原則

①気体の分子運動を考えると、 $pV = \frac{nN_A \times m\bar{v}^2}{3}$ で表される。 $(N_A : \text{アボガドロ定数})$

この式を導きます。

29 : 気体の分子運動論の(7)で、Z軸方向の圧力 p は、 $p \times \pi a^2 L = N m \bar{v}_z^2 \dots \textcircled{1}$ です。

ここで、 $\pi a^2 L = V$, $\bar{v}_z^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$, $N = N_A n$ (N : 分子の個数、 n : 物質質量) だから、 $\textcircled{1}$ に代入すると、

$pV = \frac{nN_A \times m\bar{v}^2}{3}$ が導かれます。

②原則①と状態方程式から、気体の分子運動を考える時の1分子の平均運動エネルギーは、

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3RT}{2N_A} \quad \text{となる。}$$

○解答の方針

・問1 (3)、(4) は1個の分子のエネルギーを求めるので、原則②を使います。

この原則は自分で導けるようにしておく必要があります。

・問2は、問1で求めた α を、ヘリウムとアルゴンで比較します。

原則①より、速度の二乗は質量 m に反比例することがわかります。ヘリウムとアルゴンは、同物質質量ではアルゴンのほうが質量が大きいのので、速度はアルゴンのほうが小さくなります。

また、同物質質量、同体積中では、分子が大きいほうがより密度が高くなり、 λ が小さくなるので、 λ はアルゴンのほうが小さくなります。