11：多段階衝突とエネルギー保存則

〇原則

①物体 A が物体 B に衝突した後に跳ね返った場合、衝突後の 2 物体 A,B の速度は異なる。

②2 物体の衝突が弾性衝突（反発係数が１）の場合は、2 物体を合わせた力学的エネルギー保存則がなりたつ。

③単振動の周期 T は、　$T=2\pi\sqrt{\frac{(質量)}{k}}$ となる。

〇解答の方針

Ⅰ

・問１は、図１より物体 A が跳ね返っていることが分かるので、原則①を使います。
　物体 A と板の速度が同じとして式を立てがちなので、注意しましょう。

・問５では、板が単振動を始めたので、原則③を使います。この周期の式は頻出なので、必ず覚えておきましょう。

　また、**7：運動方程式と慣性力**の原則①で、外力が働かない時に運動量が保存すると述べたので、重力がかかる鉛直方向の運動量保存則は成り立たないと思うかもしれません。
　しかし、この場合では衝突前後での物体の位置は変わらないので、衝突前後で重力がした仕事は０です。物体がされた仕事が０ということは、力が働いていないことと同じなので、この方向でも運動量保存則は成り立ちます。

・問４は前問を利用して解くこともできるし、原則②を使って解くこともできます。

Ⅱ

・物体 B と板は弾性衝突なので、２つの力学的エネルギーの和は保存します。
つまり、物体 B のエネルギー増加分は、板からもらったエネルギーということになります。
板は、今持っているエネルギー以上のエネルギーを、物体 B にあげることはできません。（この場合、力学的エネルギーが負になることはない、ということです。）

12：支点の動く振り子の運動

〇原則

①複数の物体が動いているとき、物体間の相互作用のみが働き外力が加わっていない時は全体の重心の位置は変化しない。

②物体 A に間接的につながった物体 B があるとき、A と B の連結部分が固定されていなければ、物体 B が力をうけても物体 A には何も変化がない。（物体 A は何も力積を受けない。）

③（運動量の変化）＝（その間に受けた力積）　の関係が成り立つ。

④２物体が弾性衝突(反発係数が１)したとき、「２物体の質量が等しい」ことと「衝突前後で速度の交換がおこる」ことは同値である。

⑤ある状況において力学的エネルギー保存則が成り立っているとき、
(運動エネルギーの変化)＋(位置エネルギーの変化)＝０　が成り立つ。
←力学的エネルギー保存の式を変形すると簡単に導けます。

〇解答の方針
Ⅱ
・問３では、水平方向に外力が働いていないので、この方向であれば原則①よりおもりＡと台車Ｂの重心の位置は変わりません。
A,B が水平方向に動くのは棒から働く力があるからですが、この力は A,B が互いに及ぼしあっている力なので外力とは言えません。

Ⅲ
・問５では、A は自由に回転できるように B につなげられているので、A と B は互いに固定されていないといえます。このとき、原則②より、A の衝突前後で B には衝突の影響は何もありません。
また原則③を用いると、A の衝突前後で A が受けた力積は０なので、
(B の運動量の変化)＝０　　となり、B の速度の変化もありません。

さらに、原則④は覚えておくべき事実です。これを知らないと問５を解くのに時間がかかります。

Ⅳ
・問８では、A,B を合わせた力学的エネルギーは保存しており、問７の結果を生かして原則⑤を使って答えを求めます。

13：円弧を含む斜面上の運動と衝突
〇原則
①物体が円運動をしているとき、速度は円の接線方向であり、加速度は円の中心方向にかかる。

②(力学的エネルギーの変化量)＝(された仕事の量)

〇解答の方針
Ⅰ
・原則①より、物体ａには円の中心方向に加速度がはたらくので、(２)は運動方程式を立てて解きます。
この場合、加速度の存在を忘れると、重力による力と円弧から受ける垂直抗力のみでつり合いの式を立ててしまうことになるので注意しましょう。

Ⅱ

・今まで何度も言ってきたように、（７）のような放物運動などは地面に水平,垂直な方向に分けて考えると分かりやすいです。

・（８）は、弾性衝突でないので、（物体 a と台車の力学的エネルギーの和）≠（物体 b の力学的エネルギー） ですが、この衝突前後で外力は働かないので、運動量保存則が成り立ちます。

・（１０）は、物体 c に摩擦力が働くため力学的エネルギー保存則は成り立たないので、原則②を使って式を立てます。

14：円運動と放物運動

〇原則

①放物運動や、弾性衝突が起こる運動では、運動の軌道の対称性に注目することが多い。

〇解答の方針

この問題でも、運動の方向を分けて（地面に水平,垂直な方向）、問題を解きます。

・問５は、数式的に解こうとするのは無理です。

P→Q では、出発点 P と到達点 Q の地面からの高さが同じであり、板と質点が弾性衝突であることから、原則①より運動は対称になるのだ、と考えられます。

また、質点を高い位置から落とすと P 以降でより大きな放物線を描くので、$h_0 > h_1 >\cdots> h_{min}$ であることから、この順番で板の上でのバウンドの回数も減るといえます。

すると、計算によってどんな運動になるのか考えなくても、解説のような図を描くことができます。

（h_1のときバウンドは１回、h_1のときバウンドは２回　……）

15：リングに束縛された物体の運動

〇原則

①物体が円運動をしているときの式の立て方について、

ア）外から物体を見ているとき　…物体には向心力が働くと考えて、（向心力）＝（物体が受ける力）という運動方程式を立てる。

イ）物体と一緒に動く観測者が物体を見ているとき　…物体には遠心力が働くと考えて、物体に働く力のつり合いの式を立てる。

②円運動をするときに考える、円運動の半径は、物体が回転するときに描く円の半径である。

③運動方程式が　mα＝－kx＋（定数）　のとき　（周期）＝2π$\sqrt{\frac{m}{k}}$ である。

←これは、k がばね定数でないときにも成り立ちます。つまり、運動方程式で x にかけられた文字や式が、周期のルート内の分母になるということです。

④物体に摩擦力が働いているとき、物体が動く直前に働くのは最大静止摩擦力である。

〇解答の方針
・問題文中に、「小球の運動を、輪と一緒に回転する立場で考える」と書かれているので、観測者は小球と一緒に動いていることから原則①の（イ）を使います。

・問１（２）は、原則②を用いて運動方程式を立てます。
このとき、（遠心力）＝$mR\omega^2$ としてしまいがちなので注意が必要です。

・問１（３）は、計算をしていくとｘにかけられた文字が複雑になりますが、原則③に当てはめてそのまま周期の式に代入します。

・問２は、小球が動き始めるときだから原則④を用います。
またこの時は、小球が下に動くときと上に動くときの２パターンが考えられるので、どちらの角速度も求めます。

16：円運動と単振動

〇原則
①複数の物体が同時に動く（速度や加速度が同じ）とき、それらをまとめて１つの物体として運動方程式をたてる。

②円運動で物体と一緒に動く観測者が物体を観測するとき、遠心力が働くように見える。
（外から見た場合には遠心力の存在は考えません。）

③単振動の中心では、物体に働く加速度は０である。

〇解答の方針
Ⅰ
・問１では、ＡとＢは一体となって動くので、解説のようにバラバラに解くこともできますが、原則①を用いても解くことができます。
ＡとＢを一体としてみたときの運動方程式は、 $(M+m)l_0\omega_1^2=(M+m)g\mu_0$ より ω_0を求めることができます。
この解き方だと、立てる式が１つになり、またＡ、Ｂ間で働く摩擦力を考えなくてすむので簡単になります。

・問２では観測者は円板上にいて物体Ａ、Ｂとともに動いていることから、原則②を使います。
このとき、Ａ、Ｂ間に働く摩擦力は静止摩擦力なので、直接求めることはできません。よって、図を描くときにはこの力をｆなどの未知数として、図に書き入れる必要があります。
このとき、 ｆ≦ （最大静止摩擦力）です。これを問３で使います。

Ⅱ
・問６では原則③を使います。
まずは小物体Ａに加わる加速度を適当に文字でおいて運動方程式を立て、その後に（加速度）＝０として求めます。
また、この時は振動の中心と円板の中心の距離を求めるので、この距離を文字でおいて式を立ててもよいのですが、単振動では解説のように座標軸をとると、様々な距離が表しやすくなります。

・問７では、問６で立てた運動方程式から求めていきます。　このとき、**15：リングに束縛された物体の運動**の原則③を使います。

17：万有引力・ケプラーの法則

〇原則

①地球の質量：M　地球の半径：R　とすると、万有引力 G は　$G=\frac{gR^2}{M}$ となる。

←地表に質量 m の物体があるとき、この物体に働く重力は、地球から引っ張られる万有引力のことであるから、$mg = \frac{GMm}{R^2}$ となり、これを整理すれば万有引力が求められます。

②物体が楕円運動をするときは、a. 面積速度一定の法則　　b. 力学的エネルギー保存則　の 2 式を立てて問題を解く。

③円運動や楕円運動では、$\frac{(\text{周期})^2}{(\text{軌道の半長軸})^3}$＝(一定) がなりたつ。

円運動では、(軌道の半長軸)＝(円の半径) となる。

④重力加速度 g の値は、各天体ごとに異なる。

〇解答の方針

この問題では、初めから万有引力の文字が与えられていないので、原則①を使って万有引力を求めてから問題を解き始めましょう。

・問１、２では、探査機は円運動をしていると見ることができるので、円運動の運動方程式を立てます。
このとき、万有引力が向心力となって円運動をしているといえます。

・問３（１）では、面積保存一定の法則(ケプラーの第 2 法則) を用いて…　と書いてあるのでそのまま誘導に従います。ただ、このように何を使って解くか問題文中に書かれていないことも多いので、その時は原則②に従って解くことにします。
楕円運動をしているときには、円運動の運動方程式は使えません。

・問(３)でも、原則③の式(ケプラーの第 3 法則) が書かれておりこれに従って解けばよいのですが、原則③は覚えておくべき関係式です。

・問４では、原則④に気を付けて解く必要があります。原則①の関係式を使って火星での重力加速度を求めてから問題を解き始めましょう。
はね返った探査機が最高点に達したとき、水平方向には速度を持っていることを忘れずにして、力学的エネルギー保存則の式を立てます。

18：惑星と隕石の衝突

〇原則

①物体が衝突したとき、力学的エネルギーの和が保存するとは限らない(弾性衝突のときのみ、エネルギーが保存する)が、物体の衝突が瞬間的に起こるとき、運動量の和は保存する。

〇解答の方針

Ⅰ

・問１は、惑星は楕円を描いて運動しており、円運動はしていません。だから、円運動の運動方程式を使って解くことはできないので、万有引力を使って運動方程式を立てます。

Ⅱ

・問３では、「惑星と隕石の全運動量は衝突の直前直後で変わらない。」と書いてあるので、運動量保存則を立てて解きます。

このような誘導がない場合でも、「衝突は瞬時」と書いてあることから原則①を参考にして、運動量保存則が成り立つと考える必要があります。

・問７は、衝突後の惑星が楕円運動をしているので、17：**万有引力・ケプラーの法則**の原則②を使います。

19：万有引力による単振動と衝突

〇原則

①物体がｘの位置にいるとして、このとき物体に働く力Ｆが　Ｆ＝-kx　＋(定数)　とあらわせるとき、物体は単振動をする。

このとき、振動の中心はＦ＝0 となる位置であり、振動の周期Ｔは　$T=2\pi\sqrt{\frac{(質量)}{k}}$ となる。

②単振動は等速円運動の正射影(sin)と捉えられる。

←単振動をしている物体の位置は、等速円運動をしている物体をｙ軸上に動かしたときの位置になります。

また、ｔ＝0 のときから経過した時間は、この時点で等速円運動をしている物体がθだけ回転しているとすれば、　$\frac{\theta}{2\pi}$　×(周期) で求められます。

③単振動において速度が０の地点は、単振動の端になる。

〇解答の方針

・問１は、(１)で求めた力の大きさを見れば、Ｆは位置に比例する式で表すことができるので、原則①を使います。すると、小球は地球の内部で単振動をすることがすぐにわかります。

(２)は、解説のように角速度ωを出してから周期Ｔを求めることもできますが、原則①を使えば簡単に答えを出せます。

・問２(２)以降は、Ｃ点よりも地表側に小球が行くことはありません。点Ｃで衝突した後は、点Ｏのほうへ向かっていきます。原則③を忘れないようにしましょう。

さらに、衝突後、問１とは異なる質量の物体が単振動することになりますが、問１（２）より周期Ｔが質量に依らない値であることが分かったので、衝突後の周期もＴです。

・問３（２）は、数式で解こうとするとかなり複雑になるので、原則②を使って図的に解くのがよいです。
　解説の図５を見れば、１回目の衝突の後、$\frac{T}{2}$ 秒後に２回目の衝突が起こっていることもわかります。

・問（３）について
　まず、１、２回目ともに点０から$\frac{R}{2}$ 離れた位置で衝突することから、３回目以降も点０から$\frac{R}{2}$ 離れた位置で衝突すると考えられます。
　非弾性衝突なので、衝突するごとにエネルギーの和は減り、速度も減っていきます。
　無限回衝突後、２つの小球の速度は０になります。
　$\frac{R}{2}$ の位置では点０にひきつけられる力が働くので、一体となった小球は動き出します。
　←原則①、③から、振動の中心が点０、振動の端が点Ｃとなる単振動が起こります。

20：単振動の運動方程式と一般式

〇原則

①(ＢからみたＡの相対加速度)＝(Ａの加速度)―(Ｂの加速度)

②物体は、外力の影響を受けて運動する。

〇解答の方針

Ⅱ

・問２では、Ａ、Ｂの位置関係に注意しましょう。

ばねの伸びが　$x_A - x_B > 0$ のとき、ばねは自然長よりものびていて
　　　　　　　$x_A - x_B < 0$ のとき、ばねは自然長よりも縮んでいるということです。

・問３では問題文より相対加速度を求めることが読み取れるので、原則①を使います。

・ＢからＡを見ると、Ａにかかる加速度はa_{AB} のみです。相対的な加速度を考えているので、重力による加速度などは考える必要がありません。
　さらに、**19：万有引力による単振動と衝突**の原則③より、Ａは自然長からｄ離れた位置でつりあいとなる（相対速度が０になる）ので、この位置が振動の端といえます。

・問５では、Ａ、Ｂをまとめて考えた場合、重力しかはたらかないことから答えを予想できます。

今まで考えてきたばねによる弾性力は、Ａ、Ｂを別々にして考えると外力になりますが、Ａ、Ｂをまとめて考えた場合、内力になります。