

Q.(基礎問題精講数 3p.79 演習問題 45(1))

例題では帰納法で一気に証明しているのに、この問題では $\sqrt{2} < X_n$  だけ帰納法で証明し、 $X_{n+1} < X_n$  は引いて $>0$ を示して、結果的に $\sqrt{2} < X_{n+1} < X_n$ を示しています。

この方針はどのような考え方で思いつくのでしょうか。

一気に帰納法だと  $n=1$  の時に全て $\sqrt{2}$  になりうまくいかないことまでは分かりましたが、そのあと行き詰ってしまいます。

A.

2つの式( $\sqrt{2} < x_{n+1}$  と  $x_{n+1} < x_n$ )を一気に帰納法で証明することは通常行いません。

不等式の証明の解法は当然ですが帰納法だけではないため、基本的な解法(両辺の差をとる)を習得していれば気づく問題です。