

数学2B基礎問題精講 P151 例題95(2)

【質問】

P151解答5行目の $b \neq a^3 - a$ は理解できますが、 $a > 0$ だから $a + b = 0$ なのはなぜですか。

【回答】

点Aを通る接線が2本存在するとき、

① $a \neq 0$

かつ、

② $(a + b)(b - a^3 + a) = 0$

を満たします。

② $\Leftrightarrow$ ③ $a + b = 0$ または④ $b - a^3 + a = 0$ と変形できるので、

① $a \neq 0$ かつ③ $a + b = 0$

または、

① $a \neq 0$ かつ④ $b - a^3 + a = 0$ が、求めるべき関係式となります。ここで、 $a, b$ に関する条件として、 $a > 0$ かつ $b \neq a^3 - a$ を考慮に入れて、①、③、④が成り立つかどうか検討します。

①は、 $a > 0$ より、常に成り立ちます。

③は、 $b \neq a^3 - a$ より、成り立ちません。

したがって、①かつ④が、求めるべき関係式となります。①の条件は常に成り立つため、わざわざ解答に記す必要はないく、④のみを解答します。すなわち、「 $a > 0$ かつ $b \neq a^3 - a$ 」だから「 $a + b = 0$ 」が言えるわけです。