

Q. (合格る計算 1A2B P43 類題 15B(3))

${}_{2n}C_1(-1)^{2n-1} \cdot 3k$ の部分がわかりません。

二項定理の仕組みが理解できておらず、なぜ $a^n(-b^2) = {}_n C_2$ になるのかがよく理解できません。

A.

二項定理は

$(a + b)^n = {}_n C_0 \cdot a^n b^0 + {}_n C_1 \cdot a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 \cdot a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_{n-1} \cdot a^1 b^{n-1} + {}_n C_n \cdot a^0 b^n$ と展開されます。

展開の方法は、項が進むごとに、 C の右側の数字が1増え、 a の累乗が1増え、 b の累乗が1減っていきます。

項	1項目	2項目	3項目	...	$(n-1)$ 項目	n 項目	$(n+1)$ 項目
C の右側	0	1	2	...	$n-2$	$n-1$	n
a の累乗	n	$n-1$	$n-2$...	2	1	0
b の累乗	0	1	2	...	$n-2$	$n-1$	n

この問題では $(a + b)^n$ の $a = -1$ 、 $b = 3k$ 、 $n = 2n$ に対応しています。

したがって $(-1 + 3k)^{2n}$ を二項定理により展開すると

1項目は ${}_{2n}C_0 \cdot (-1)^{2n}(3k)^0$

2項目は ${}_{2n}C_1 \cdot (-1)^{2n-1}(3k)^1$

3項目は ${}_{2n}C_2 \cdot (-1)^{2n-2}(3k)^2$

...

と続いています。

二項定理を用いる際には、 a, b, n が何に対応しているかに着目します。また a, b は負にもなりうる注意しましょう。