

数学1A基礎問題精講 P47 演習問題25(3)

【質問】

aとbの値の求め方がよくわかりません。

【回答】

$a < 2 < b$ を満たす a, b について、 $a \leq x \leq b$ の範囲における関数の値域、つまり y の最大値と最小値を求めます。

本問のような特殊な関数の最大、最小を考えると、**関数がどの場所で最大値、最小値をとりうるかを、グラフを見ながら考えることが重要です。**

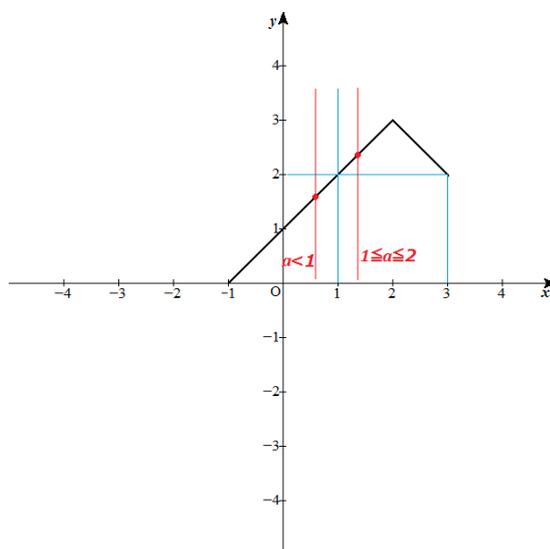
ここでは、解く上でつまづくであろう a の値で場合分けする部分について説明します。

まず y の最大値について考えます。 $a \leq x \leq b$ の範囲では必ず $x = 2$ を含みます。なぜなら $a < 2 < b$ という条件が、「 a と b の間に2が存在する」ということを意味するためです。したがってグラフの形より、最大値は $y = 3$ ($x = 2$ のとき)ですから、値域は $\bigcirc \leq y \leq 3$ となります。問題の条件 $2 - a \leq y \leq b$ と比較すると $b = 3$ と決定できます。

次に $a \leq x \leq 3$ の範囲での y の最小値を考えます。このグラフは2つの線分($x < 2$ の部分と $x \geq 2$ の部分)から成り立っており、最小値は x の範囲の両端、つまり $x = a$ のときか $x = 3$ のときであると考えられます。

グラフを見ると $x = 3$ のとき、 $y = 2$ ですが、 $y = 2$ となる場所は他にも $x = 1$ のときがあります。

$x = 1$ より左側では y は2より小さく、 $x = 1$ より右側では y は2より大きくなります。



これより y の最小値を考えるときは、 x の範囲の左端 $x = a$ の値による場合分け、つまり $a < 1$ であるか $1 \leq a < 2$ であるかの2通りで場合分けが生じます(なお $a \leq 1$ と $1 < a < 2$ のように等号を別の方につけて場合分けしても構いません)。