

【質問】

$x-y-1$ と $x-3y$ の大小関係を求めて、 $2y-1 \geq 1 > 0$ まではわかるのですが、なぜそれが $x-y-1 > x-3y$ になるのかわかりません。また、 $x-y-1$ と $x-3y$ の差 $2y-1$ が奇数だから、 $x-y-1$ と $x-3y$ の偶奇が必ず異なることがわかりません。

【回答】

$A = x - y - 1$, $B = x - 3y$ とします。

$A - B$ を計算すると、

$A - B = (\text{中略}) = 2y - 1 > 0$ ($\because y$ は1以上の整数)となりますから、

$A - B > 0 \Leftrightarrow A > B$ つまり、 $x - y - 1 > x - 3y$ が示せます。

ある不等式(左辺) $>$ (右辺)を示したいとき、(左辺) $-($ 右辺) > 0 (または(右辺) $-($ 左辺) < 0)を示すという解法は、最もオーソドックスな証明法なので、必ずこの示し方を覚えておきましょう。

また、偶数、奇数の性質として、

(偶数)+(偶数)=(偶数)

(奇数)+(奇数)=(偶数)

(偶数)+(奇数)=(奇数)

(偶数)-(偶数)=(偶数)

(奇数)-(奇数)=(偶数)

(偶数)-(奇数)=(奇数)

(奇数)-(偶数)=(奇数)

があります。偶奇が一致する整数同士を足し引きすると偶数に、偶奇が異なる整数同士を足し引きすると奇数になります。

整数問題を解く上で重要な性質ですが、これは覚えるというより、上の性質が成り立つことが直感的に理解できるようになると良いです。

※右のような図をイメージすると、より理解しやすいかと思います。

