

【質問】

証明で $n=1,2,3,4,\dots,m$ までの成立を仮定しないといけない理由がわかりません。もし $n=m$ を仮定するとどういった不具合が生じるのですか？

【回答】

等式の $\left(\sum_{k=1}^m a_k\right)^2$ や $\sum_{k=1}^m a_k^3$ を計算する際に、 $n=m$ のときだけを仮定してしまうと $n=m$ 以外のとき

の a_n が未知となってしまいます。その結果、例えば $\left(\sum_{k=1}^m a_k\right)^2$ を求めようとする

$$\left(\sum_{k=1}^m a_k\right)^2 = (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m)^2$$

ですが、 a_1 から a_{m-1} までを仮定していないため、値を計算することができません。

したがって、 $n=1,2,3,\dots,m$ までを仮定する必要があります。そうすれば

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^m a_k\right)^2 &= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m)^2 \\ &= (1 + 2 + 3 + \dots + m)^2 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 \end{aligned}$$

と計算することができます。