

Q.(数学3 基礎問題講 P183 演習 101)

解答 P267 の一行目から二行目の微分が分かりません。

A.

$f(x) = x \int_0^x \sin^2 t dt - \int_0^x t \sin^2 t dt$  について、

$\sin^2 t = g(x)$  とし、 $g(x)$  の原始関数を  $G(t)$

$t \sin^2 t = h(x)$  とし、 $h(x)$  の原始関数を  $H(x)$  とすると、

$f(x) = x\{G(x) - G(0)\} - \{H(x) - H(0)\}$  と書けます。

ここで、 $G(0), H(0)$  は  $x$  に関係の無い定数であることに注意して  $f'(x)$  を求めます。

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x)' \{G(x) - G(0)\} + x \{G(x) - G(0)\}' - \{H(x) - H(0)\}' \\ &= \{G(x) - G(0)\} + x \{G'(x) - 0\} - \{H'(x) - 0\} \\ &= \{G(x) - G(0)\} - xG'(x) - H'(x) \end{aligned}$$

ここで、

$$G(x) - G(0) = \int_0^x \sin^2 t dt$$

$$G'(x) = g(x) = \sin^2 x$$

$$H'(x) = h(x) = x \sin^2 x$$

なので

$$f'(x) = \int_0^x \sin^2 t dt + xg(x) - h(x)$$

$$= \int_0^x \sin^2 t dt + x \sin^2 x - x \sin^2 x$$

となります。