

Q.(数学3 基礎問題精講 P35 演習 17(4))

解説の $\therefore z^{n+1}/z^n$ 以降がわかりません。

A.

解答 1行目「 $z\bar{z} = 1$ 」より、 $\frac{1}{z} = \bar{z}$ なので、これを代入すると

$z^n + \frac{1}{z^n} = z^n + (\bar{z})^n$ となります。これを極座標形式で表すと、 $z = \cos\theta + i\sin\theta$ 、 $\bar{z} = \cos\theta - i\sin\theta$ なので

$(\cos\theta + i\sin\theta)^n + (\cos\theta - i\sin\theta)^n$ です。ここでドモアブルの定理より、

$(\cos n\theta + i\sin n\theta) + (\cos n\theta - i\sin n\theta)$ となり、計算すると

$2\cos n\theta$ となります。