

Q.(数学 3 基礎問題精講 P99 例題 55 (3))  
P99 解説 3 段目から 4 段目の式変形が分かりません。

A.

3 行目の式を $z_n$ についての漸化式とみなすことで、 $\{z_n - \alpha\}$ は等比数列(正確には複素数列)であることが分かります。これより、

$$z_{n+1} - \alpha = (1 - i)(z_n - \alpha)$$

について、 $z_n - \alpha = Z_n$ とおくと、 $z_{n+1} - \alpha = Z_{n+1}$ なので

$$Z_{n+1} = (1 - i)Z_n$$

この漸化式より、 $\{Z_n\}$ は初項が $Z_1 = z_1 - \alpha$ 、公比が $(1 - i)$ の等比複素数列です。したがって

$$Z_n = (z_1 - \alpha)(1 - i)^{n-1}$$

ここで $Z_n = z_n - \alpha$ なので

$$z_n - \alpha = (z_1 - \alpha)(1 - i)^{n-1}$$

と変形できます。