

Q. (合格る計算 1A2B ITEM 23 例題(1) P59)

1段目の式を部分分数展開するとなぜ2段目の式になるのかわかりません(部分分数展開がよくわかりません)。分数で表された数列は差の形に部分分数展開をしたのに、この場合はなぜ和の形で2分の1がつくのでしょうか。

A.

この例題における部分分数展開は以下のようにして考えます。問題の部分を部分分数展開すると

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} \cdots(*) \text{ と表されるとします}(A, B \text{ は定数}).$$

なぜA,Bが定数で良いのかというと、部分分数展開をした後の分数について、(分子の次数)<(分母の次数)が成り立つからです。いま分母(x-2,x+2)の次数が1次なので、分子(A,B)は0次、すなわち定数と置けます。

(\*)式の右辺を通して整理すると

$$\frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{(A+B)x+(2A-2B)}{(x-2)(x+2)}$$

となります。

これを(\*)式の左辺と、分子の係数比較をします。

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} = \frac{(A+B)x+(2A-2B)}{(x-2)(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow x = (A+B)x + (2A-2B)$$

xの係数:  $1 = A + B$

定数:  $0 = 2A - 2B$

これを解くと  $A = \frac{1}{2}, B = \frac{1}{2}$  となります。従って(\*)式に代入して

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} = \frac{\frac{1}{2}}{x-2} + \frac{\frac{1}{2}}{x+2}$$

右辺を  $\frac{1}{2}$  でくくると

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} \right)$$

となります。

このように、部分分数展開では分子の式を文字で置き、通分し、係数比較して式を決定するという方法がとられます。部分分数展開すると必ずしも差になるわけではありません。