Q.（合格る計算数３　　類題 49B（3）　P115）
α を極形式で求めるところまでは分かるのですが、解説の「一方、…」から下の文の意味が分かりません。

A.

「一方…」以前では、$z^6=1$を満たすz の解が、$z=1,\alpha,\alpha^2,\alpha^3,\alpha^4,\alpha^5$であることを示しています。

「一方…」以降について、まず数学Ⅱで学習する知識を用い、z^6-1を因数分解しています。

※一般に、z^k-1（z は実数でも複素数でも可）（k は２以上の自然数）は
$z^k-1=(z-1)(z^{k-1}+z^{k-2}+\ldots+z+1)$と因数分解することができます。
したがって$z^6-1=(z-1)(z^5+z^4+z^3+z^2+z+1)$と因数分解できます。

これより
$z^6=1\Leftrightarrow z^6-1=0\Leftrightarrow(z-1)(z^5+z^4+z^3+z^2+z+1)=0$

$\Leftrightarrow z-1=0$または$z^5+z^4+z^3+z^2+z+1=0$となります。

ここで、この方程式の解は$z=1,\alpha,\alpha^2,\alpha^3,\alpha^4,\alpha^5$と分かっていますので、このうち

解の１つである$z=1$が$z-1=0$の解に、

残る５つの解$z=\alpha,\alpha^2,\alpha^3,\alpha^4,\alpha^5$が$z^5+z^4+z^3+z^2+z^1+1=0$の解にそれぞれ対応していることが分かります。

※ここである多項方程式$f(x)=0$が$x=t$ を解に持つとすると、因数定理により$f(x)$は$(x-t)$を因数にもちます。

したがって$z^5+z^4+z^3+z^2+z^1+1=0$の解が$z=\alpha,\alpha^2,\alpha^3,\alpha^4,\alpha^5$であるということは
$z^5+z^4+z^3+z^2+z^1+1$は$(z-\alpha)(z-\alpha^2)(z-\alpha^3)(z-\alpha^4)(z-\alpha^5)$を因数に持つので

$z^5+z^4+z^3+z^2+z^1+1=(z-\alpha)(z-\alpha^2)(z-\alpha^3)(z-\alpha^4)(z-\alpha^5)$が成り立ちます。

z は任意の複素数なので、この等式に$z=1$を代入すれば、右辺が求めたい値になります。つまり

$1^5+1^4+1^3+1^2+1^1+1=(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$
$\Leftrightarrow(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^3)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)=6$
と求めることができます。