

Q. (基礎問題精講数学1A 例題99(1)(2) P166)

解答では書き出す方法しか載っていないのですが、計算では求められないのでしょうか？また、書き出さなければならない問題は問題文からどう判断すればよいのでしょうか？

A.

各カードが1枚ずつしかなければ容易に計算で求められます。ただ2枚ずつの場合は、一度に計算で求めることはできませんが、数字の並べ方を大まかなパターンで場合分けして考えることで、計算して求めることができます。例えば

(ア)3種類のカードを使うとき(各カード1枚ずつ)

(イ)2種類のカードを使うとき(2枚使うカードと1枚使うカードがある)

の2通りに場合分けして考えます。

(1)

(ア)1, 2, 3の3つを並べる場合の数なので $3!=6$ 通り

(イ)2枚使うカードをどれにするかと、1枚使うカードをどれにするか選ぶ場合の数は

$3 \times 2=6$ 通り

また、2枚のカード(●●)、1枚のカード(×)を並べる場合の数は3通り(●●×、●×●、×●●)

従って、 $6 \times 3=18$ 通り

ゆえに(ア)+(イ)=24通りとなります。

(2)

ここで、(全ての並べ方(3))=(0を使わない並べ方(1))+(0を使う並べ方(2))

の関係を用いて、(3)を先に求め、(3)-(1)から(2)の答えを求めます。

(3)

(ア)まずは0の位置を気にせずに並べます。

0, 1, 2, 3から3つを選ぶ場合の数は ${}_4C_3=4$ 通り

そして3つのカードを並べる場合の数は $3!=6$ 通り

従って $4 \times 6=24$ 通り

ここで0を百の位に置く場合を引きます。

0を百の位に置くと、1, 2, 3から2つの数字を並べばよいので、 ${}_3P_2=6$ 通り

これより、 $24-6=18$ 通り

(イ) まずは0の位置を気にせずに並べます。

2枚使うカードをどれにするかと、1枚使うカードをどれにするか選ぶ場合の数は $4 \times 3=12$ 通り

また、2枚のカード(●●)、1枚のカード(×)を並べる場合の数は3通り(●●×、●×●、×●●)

よって $12 \times 3=36$ 通り

ここで0が百の位にある場合を引きます。0が何枚あるかで場合分けします。

◇0が1枚のとき、「0●●」という並べ方が不適です。このような並べ方は●=1, 2, 3の3通りです。

◇0が2枚のとき、「00×」「0×0」という2通りの並べ方が不適です。このような並べ方は×=1, 2, 3の3通りずつあるので、 $2 \times 3 = 6$ 通りです。

従って $36 - (3 + 6) = 27$ 通り

ゆえに(ア)+(イ) $= 18 + 27 = 45$ 通り

これより(2)の答えは(3)-(1) $= 45 - 24 = 21$ 通り

となります。

場合の数ではできるだけ効率よく計算することが必要になります。ただし一度に計算することは困難な場合、条件のパターンによって場合分けし、パターンごとに計算を行うようにします。