

Q. (標準問題精講数学 I A 例題41 P100)

解法のプロセスで、 $m$ の値を求めた後に、問題で与えられている式に求めた値を実際に代入して整数解をもつかどうか確認するという過程がありますが、これをせずに値を求めた $m$ をそのまま答とした場合、減点があるのでしょうか、また、減点される場合、なぜなのでしょう。回答宜しくお願いします。

A.

$m, N$ を求めるための条件式

$$\sqrt{4m^2 + 16m + 13} = N$$

は、「解の公式の $\sqrt{\quad}$ 内が整数になれば、 $x$ が有理数となるため、 $x$ が整数解を持つ可能性がある」という考えのもとに立てました。つまり $m$ がこの条件式を満たしたとしても、 $x$ が整数になる保証はありません。言

い換えると、この条件式は $x$ が整数解を持つための必要条件でしかないということです。

場合によっては上の条件式から求めた $m$ では $x$ が整数解を持たない可能性もあるので、この条件式から求めた $m$ で本当に $x$ が整数解を持つか確認する必要があります(充分性の確認)。

従って記述式の試験では、必要条件から答えを求めて充分性の確認をしていないと、ほぼ間違いなく減点されます。

確認方法は、はじめの2次方程式に、上の条件式で求めた $m$ を代入して $x$ が整数解を持つか確認します。

整数問題でいきなり必要十分条件を立てることは難しいので、まずは実数である条件(例題40)や有理数である条件(例題41)で大まかな必要条件を立てて、充分性を確認して答えを求めるといった解法はよく用いるので、理解しておきましょう。

ベン図でイメージをすると、以下のような関係になります。

